۳

حلقه

نشریهٔ دانشجویی دانشکدهٔ ریاضی و علوم کامپیوتر

حدس یک میلیون دلاری!

چرا به حدس ریمان عشق می‌ورزم و همزمان از آن می‌هراسم؟

بهار ۱۴۰۰

به نام او

شماره سوم حلقه نیز پس از دشواری‌ها و چالش‌های گوناگون منتشر شد. تهیه‌ی این سه شماره تنها با یاری دوست‌داران ریاضی و علوم‌کامپیوتر که در میان دغدغه‌های خود، زمانی را برای حلقه گذاشتند ممکن بود؛ چه دانشجویان کارشناسی که درگیر گذراندن واحدهایشان بودند، چه کارشناسی ارشد و دکترا که مشغول تحقیق و نوشتن پایان‌نامه. در این شماره از حلقه، به معرفی یکی از حدس‌های معروف میلیون دلاری، حدس ریمان، می‌پردازیم، به طور مختصر با ریاضیات مالی و مسائل مهم این حوزه و سپس با منیفلدها آشنا می‌شنویم. در ادامه با مسائلی در گراف‌ها دست و پنجه نرم کرده، از پیشرفتی در یک حدس ۸۰ ساله در ریاضیات مطلع می‌شویم و هندسه فراکتال را با مثال‌هایی گوناگون مشاهده می‌کنیم. همچنین در بخش علوم کامپیوتر، به عواقب اجتماعی تکنولوژی دیپ‌فیک می‌پردازیم، تاثیر هوش مصنوعی بر سطح اشتغال را بررسی می‌کنیم، مروری بر معماری شی‌گرا در برنامه نویسی خواهیم داشت، با پردازش کوانتومی آشنا می‌شویم و کاربردهایی از بیوانفورماتیک در پزشکی را می‌بینیم. در مطلب «خواندن یک مقاله علمی در سه گذر»، روش صحیح خواندن مقالات علمی از زبان یکی از دانشجوهای کارشناسی ارشد دانشکده آمده است که می‌تواند برای محققین تازه‌کار سودمند باشد. در بخش مصاحبه، با دکتر عسگری‌پور، استاد علوم‌کامپیوتر جوان و فعال دانشکده، پرسش و پاسخ‌هایی را خواهیم داشت. همچنین در این شماره، بخشی تحت عنوان سرگرمی افزوده‌ایم که پیشنهاد می‌کنیم حتما سری به آن بزنید و قدرت ذهن خود را محک بزنید! در نهایت از همه دنبال‌کنندگان مجله تشکر می‌کنیم و امیدواریم بتوانیم روز به روز در کنار شما و تیم پرشور حلقه پیشرفت کنیم.

ارادتمند: فاطمه پیمانی، امیرمهدی عسلی، نیما حسینی دشت بیاض

انتقادات و پیشنهادات
https://forms.gle/HeG8ypneJCu82Pbp7

گروه تعیین محتوا و ویرایش علمی

یحیی پورسلطانی، شروین شفیعی، دانیال کاظم لو، غزاله خرادپور، متین معزی، نیما حسینی، امیرمهدی عسلی، فاطمه پیمانی

هیئت تحریریه ریاضی

یاسمین کلهر، شروین شفیعی، هستی برقراریان، فائزه بهادری راد، مسیح مزکی، فریماه شاه‌محمدیان، علیرضا رضایی، سهیل حقیقی

هیئت تحریریه علوم کامپیوتر

امیرحسین فروغی، مهلا کریمیان، آتنا صفرآبادی، محمدرضا باطنی، یحیی پورسلطانی، مهسا سعادت، فاطمه عبدالحی

گروه مصاحبه

ابوالفضل عرب انصاری، مهلا کریمیان، نیما حسینی

گروه ویراستاری نگارشی

زهرا پورشیخ‌علی، یلدا افتخاری، محمدرضا امانی، طیبه محبی، امیرمهدی عسلی، فاطمه پیمانی، نیما حسینی، شروین شفیعی، پارسا پهلوان

صفحه آرایی

متین معزی، شروین شفیعی، نفیسه آغوئی

طراحی جلد

امیرمهدی عسلی

زمینه‌ی نشر: علمی

صاحب امتیاز: انجمن علمی دانشکده ریاضی و علوم‌کامپیوتر دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مدیرمسئول: فاطمه پیمانی

شورای سردبیری: امیرمهدی عسلی، نیما حسینی دشت بیاض

دانشگاه صنعتی امیرکبیر(پلی‌تکنیک تهران)

شماره سوم - ۱۴۰۰/۰۳/۳۱

دوره نشر: فصلنامه

فهرست مطالب

ریاضی

چرا هم به حدس ریمان عشق می‌ورزم و هم از آن می‌هراسم؟

How I Learned to Love and Fear the Riemann Hypothesis

مقاله‌ی Alex Kontorovich با ترجمه‌ی فریماه شاه‌محمدیان و علیرضا رضایی

اولین بار که نام حدس ریمان[1] (شاید مهم‌ترین و معروف‌ترین مسئله حل‌نشده‌ی تمام ریاضیات) به گوشم خورد، از زبان اِلی اِشتاین[2] بود. من بسیار سعادتمند بودم که پروفسور اِشتاین در طی سال دوم کارشناسی من در دانشگاه پرینستون تصمیم بر بازنگری رشته موضوعات مقدماتی آنالیز گرفت. در بهار سال ۲۰۰۰، او این کار را با نوشتن کتاب‌هایی غنی و جامع در این زمینه انجام داد که اکنون شهرت جهانی دارند.

در ریاضیات، آنالیز به طور دقیق با رویکرد اصل موضوعی، به ایده‌های حساب دیفرانسیل و انتگرال می‌پردازد. اِشتاین چهار کتاب در این زمینه نوشت. اولین کتاب او «آنالیز فوریه[3]» (هنر و علم تجزیه سیگنال دلخواه به ترکیباتی از امواج ساده هارمونیک) بود. کتاب بعدی او «آنالیز مختلط[4] » (که توابعی را بررسی می‌کند که ورودی و خروجی آنها اعداد مختلط هستند.) و به دنبال آن «آنالیز حقیقی[5]» (که علاوه بر کارهای دیگر، روشی دقیق برای اندازه‌گیری مجموعه‌ها انجام می‌دهد.) و در نهایت «آنالیز تابعی[6] » (که به طور گسترده به توابع تابع‌ها می‌پردازد).این موضوعات بخشی از دانش بنیادی هر ریاضی‌دانی را شکل می‌دهند.

در کلاس اِشتاین، من و دیگر دانشجویان اولین کسانی بودیم که با محتوای کتاب‌های او مواجه می‌شدیم. ما در صندلی‌های ردیف اول می‌نشستیم درحالی‌که اِلی (همانطور که بعدها او را خطاب می‌کردم.) پیامدهای گسترده موضوع محبوبش را به نمایش می‌گذاشت. او می‌گفت: ببینید آنالیز چقدر حیرت‌انگیز است! حتی می‌توان از آن برای حل مسائل دنیای دور نظریه اعداد هم استفاده کرد. و در واقع، کتاب آنالیز فوریه او به اثبات قضیه دیریکله[7] در مورد اعداد اول در تصاعدهای حسابی رهنمون می‌شود، به عنوان مثال می‌گوید بی‌نهایت عدد اول وجود دارند که در تقسیم بر ۳۵ باقیمانده ۶ دارند (چون ۳۵ و ۶ عامل مشترک ندارند). دوره آنالیز مختلط او شامل اثباتی از قضیه اعداد اول بود که برای اعداد اول کوچک‌تر از یک کران متغیر، تخمین مجانبی فراهم می‌کند. علاوه بر این‌ها من دریافتم اگر حدس ریمان صحیح باشد، ما قضیه اعداد اول بسیار قوی‌تری از آنچه امروزه داریم خواهیم داشت. برای دیدن چرایی این موضوع و نگاهی موشکافانه‌تر به این مسئله مشهور ویدیو لینک شده و متن توضیحات را ببینید. برای دیدن ویدیو اینجا کلیک کنید.

علی‌رغم اینکه اِلی برای ما از قدرت گسترده آنالیز می‌گفت، من درس متفاوتی نیز آموختم: ببینید نظریه اعداد چقدر حیرت انگیز است! حتی می‌توان از دنیای دوری همچون آنالیز برای اثبات در آن استفاده کرد. کلاس اِشتاین به من کمک کرد تا بعدها نظریه اعداد را حوزه اصلی تحقیق خود قرار دهم. ولی همانطور که در طی سال‌ها بیشتر و بیشتر حدس ریمان را درک کردم، آموختم که آن را کانون تحقیقاتم قرار ندهم، پیشرفت در آن بسیار مشکل است.

بعد از پرینستون من برای تحصیلات تکمیلی به دانشگاه کلمبیا رفتم. واقعا زمان هیجان انگیزی برای کار در نظریه اعداد بود. در سال ۲۰۰۳، دن گلدستون[8] و جم یلدیریم [9] نتیجه جدید و چشمگیرشان را در مورد شکاف اعداد اول اعلام کردند. ولی پس از مدت کوتاهی ادعای خود را پس گرفتند (همانطور که گلدستون بعد از پذیرفتن جایزه کول برای این ایده‌ها، نوشت: درحالیکه ریاضی‌دانان اغلب فروتنی زیادی ندارند، ولی همه ما تجربه زیادی در زمینه تحقیر داریم). با این وجود، این ایده‌ها عنصر مهمی برای قضیه گرین–تائو[10] شدند، که نشان می‌دهد مجموعه اعداد اول شامل تصاعد حسابی با اندازه دلخواه است. سپس، گلدستون و یلدیریم به همراهی جوناس پرینز[11] ، دوباره از روش خود استفاده کردند تا در قضیه مهم GPY را در سال ۲۰۰۵ ثابت کنند که اعداد اول به دلخواه بزرگ دارای شکاف‌های به دلخواه کوچک نسبت به میانگین فاصله اعداد اول متوالی هستند. علاوه بر آن، اگر بتوانید نتیجه آنها را حتی ذره‌ای بهبود ببخشید می‌توانید ثابت کنید که اعداد اول نامتناهی‌مرتبه تنها به اندازه ثابت کران‌داری اختلاف دارند. و این جهشی بلند به سمت حل حدس اعداد اول دوقلو که مشهور است به دشواری خواهد بود که می‌گوید تعداد نامتناهی زوج عدد اول وجود دارد که اختلافشان ۲ است.

[1] Riemann Hypothesis
[2] Eli Stein
[3] Fourier analysis
[4] complex analysis
[5] real analysis
[6] functional analysis
[7] Dirichlet's theorem

[8] Dan Goldston
[9] Cem Yıldırım
[10] Green-Tao
[11] János Pintz

بلافاصله جلسه‌ای در مورد نحوه گسترش GPY در موسسه ریاضیات آمریکا[12] در سن خوزه کالیفرنیا تشکیل شد. من به عنوان دانشجوی سرزنده و مشتاق تحصیلات تکمیلی احساس خوشبختی می‌کردم که در آنجا، در میان کارشناسان برتر جهان هستم. در پایان هفته، کارشناسان توافق کردند که اساساً بهبود روش GPY برای دستیابی به شکاف‌های کران‌دار اعداد اول غیرممکن است . خوشبختانه ییتانگ ژانگ[13] در این جلسه حضور پیدا نکرد. و تقریبا یک دهه بعد، پس از سال‌ها کار فوق‌العاده سخت در انزوای نسبی، راهی برای دور زدن این بن‌بست پیدا کرد و ثابت کرد که کارشناسان در اشتباه بودند. گمان کنم نکته اخلاقی داستان من این است که هرگاه ریاضی‌دانان جلساتی را تشکیل می‌دهند تا راه‌حلی برای حدس ریمان بیابند (همان‌طور که هنوز هم گاهی چنین جلساتی تشکیل می‌شوند) در آنها شرکت نکنید!

متن توضیحات:

همانطور که دیدیم حدس ریمان یکی از مهم ترین مسائل حل نشده ریاضیات است که ذهن ریاضی‌دانان را برای ۱۵۰ سال مشغول خود کرده است. همچنین این مسئله یکی از هفت مسئله جایزه هزاره ریاضیات است این بدین معنی است که اگر کسی بتواند حدس ریمان را ثابت یا رد کند صاحب جایزه یک میلیون دلاری و بسیار مهم‌تر از آن جاودانگی در ریاضیات خواهد شد.

همچنین اثبات درست بودن حدس ریمان نقش مهمی در زمینه‌های رمزنگاری و فیزیک کوانتوم دارد و اما بزرگترین دلیل اهمیت آن رابطه تنگاتنگ آن با موضوعی است که هزاران سال است توجه ریاضی‌دانان را از اقلیدس تا ریمان به خود جلب کرده است: اعداد اول.

اعداد اول از دیرباز مورد توجه ریاضی‌دانان بزرگی بوده و اقدامات زیادی در راستای فهم و کشف اسرار این اعداد مرموز انجام شده است. همچنین کاربرد گسترده این اعداد در علم امروزی انکارناپذیر است؛ از این رو اعداد اول از موضوعات مهم ریاضیات است و مهم‌ترین مسئله برای ریاضی‌دانان پیش‌بینی دقیق مکان اعداد اول و مهار آن‌هاست.

اما حدس ریمان چیست و چه ارتباطی با اعداد اول دارد؟ برای درک آن ابتدا قضیه اعداد اول و سپس تابع زتای ریمان را معرفی می‌کنیم.

قضیه اعداد اول:

فرض کنید به ازای هر عدد صحیح n تعداد اعداد اول در میان اعداد صحیح ۱ تا n را با $\pi(n)$ نمایش دهیم و همچنین نسبت $\frac{\pi(n)}{n}$ را چگالی اعداد اول در میان n عدد صحیح نخست می‌نامیم. توزیع اعداد اول در میان اعداد صحیح در نگاه اول فوق‌العاده بی‌نظم به نظر می‌رسد، اما گاوس با بیان «قضیه اعداد اول[14] » یعنی کشف قانون ساده‌ای که چگالی اعداد اول از آن تبعیت می‌کند، خلاف این را نشان داد. گاوس با بررسی تجربی جدول‌های اعداد اول دریافت وقتی مقادیر n افزایش پیدا می‌کنند $\frac{\pi(n)}{n}$ با $\frac{1}{\log n}$ هم‌رفتار می‌باشند یعنی در حالت کلی می‌توان گفت:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\pi(x)\log x}{x}=1$$

طبق جدول زیر می‌بینیم این تقریب با افزاش n بهتر و دقیق‌تر می‌شود.

x	$\pi(x)$	$\frac{x}{\log x}$	$\frac{\pi(x)\log x}{x}$
۱۰	۴	۴/۳	۰/۹۳
10^2	۲۵	۲۱/۷	۱/۱۵
10^3	۱۶۸	۱۴۴/۸	۱/۱۶
10^4	۱،۲۲۹	۱،۰۸۶	۱/۱۳
10^5	۹،۵۹۲	۸،۶۸۶	۱/۱۰
10^6	۷۸،۴۹۸	۷۲،۳۸۲	۱/۰۸
10^7	۶۶۴،۵۷۹	۶۲۰،۴۲۰	۱/۰۷
10^8	۵،۷۶۱،۴۵۵	۵،۴۲۸،۶۸۱	۱/۰۶
10^9	۵۰،۸۴۷،۵۳۴	۴۸،۲۵۴،۹۴۲	۱/۰۵
10^{10}	۴۵۵،۰۵۲،۵۱۱	۴۳۴،۲۹۴،۴۸۲	۱/۰۴۸

حال در ادامه به توضیح تابع زتای ریمان می‌پردازیم:

مبدا تابع زتای ریمان اقدامات اویلر در زمینه سری‌ها و تعریف تابع زتاست، اویلر بر روی سری‌ها مطالعه میکرد که توجه‌اش به سری $\frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{3^s}+\dots$ جلب شد او دریافت این سری به ازای $s=1$ (تابع هارمونیک) و $s<1$ واگراست و مقدار مشخصی ندارد اما به ازای $s>1$ همگراست و دارای حد مشخصی است، او تابع زتا را برای مقادیر حقیقی و $s>1$ به صورت زیر تعریف کرد:

$$\zeta(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}$$

همچنین اویلر دریافت که تابع زتا از ضرب بی‌نهایت سری هندسی حاصل می‌شود که عبارت‌اند از:

$$\zeta(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}=$$

$$\left(\frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{2^{2s}}+\dots\right)\left(\frac{1}{1^s}+\frac{1}{3^s}+\frac{1}{3^{2s}}+\dots\right)\dots$$

[12] American Institute of Mathematics

[13] Yitang Zhang

[14] prime number theorem

یعنی:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}=\prod_{p\ prime}\frac{1}{1-p^{-s}}$$

یک قرن بعد از کشف و معرفی تابع زتا این بار ریمان با نگاهی نو به تابع زتا حدس معروف خود را مطرح کرد. او تصمیم گرفت دامنه تابع زتا را به اعداد مختلط گسترش دهد اما به زودی مانند اویلر متوجه شد این تابع فقط به ازای مقادیری از اعداد مختلط تعریف شده و همگراست که قسمت حقیقی آنها بزرگ‌تر از ۱ باشد. اما او ایده جدیدی داشت؛ او تصمیم گرفت دامنه تابع زتا را به کل اعداد مختلط گسترش دهد.

بعد از گسترش دامنه تابع زتا به تمام اعداد مختلط ریمان متوجه شد خروجی تابع به ازای برخی مقادیر برابر با صفر می‌شود. او دریافت اعداد زوج منفی یعنی $-2n$ وقتی n عددی طبیعی است صفرهای تابع زتا هستند که به آنها صفرهای بدیهی می‌گوییم اما کشف اصلی او چیز دیگری بود. او دریافت به ازای برخی مقادیر مختلط نیز خروجی تابع زتا صفر می‌شود و تمام مقادیری که ریمان تا آن لحظه یافته بود یک ویژگی مشترک داشتند؛ قسمت حقیقی آنها برابر با $\frac{1}{2}$ بود؛ به آنها صفرهای غیربدیهی می‌گوییم.

ریمان حدس زد تمام صفرهای غیربدیهی تابع زتا اعدادی مانند $\frac{1}{2}+ai$ می‌باشند و این حدس بزرگ ریمان بود.

تا به اینجا طبق قضیه اعداد اول دیدیم برخلاف تصورمان توزیع اعداد اول در میان اعداد صحیح دارای نظمی فوق‌العاده است اما علم بر این موضوع نمی‌تواند به ما در پیش‌بینی مکان دقیق آنها و به دام انداختن تمام اعداد اول که موضوع مهمی برای ریاضی‌دانان می‌باشد کمکی کند. و اینجاست که ریمان و حدس معروفش به کمکمان می‌آیند.

ریمان متوجه رابطه دقیقی میان تابع $\pi(n)$ که در قضیه اعداد اول مطرح شد و مکان صفرهای تابع زتای خود شد. او با تعریف توابع دیگری (که توضیح مفصل آن از حوصله این مطلب خارج است) توانست ارتباط این دو موضوع را کشف کند و دریافت اگر مکان تمام صفرهای تابع زتا را بیابیم می‌توانیم با استفاده از رابطه میان آن‌ها و تابع توزیع اعداد اول مکان دقیق اعداد اول را هم بیابیم و به مسئله‌ای که قرن‌هاست ذهن ریاضی‌دانان را مشغول کرده است پاسخ دهیم.

اکنون ما توانسته‌ایم به وسیله کامپیوترها میلیون‌ها صفر غیربدیهی تابع زتا را بیابیم و مشاهده کرده‌ایم که قسمت حقیقی همگی آنها $\frac{1}{2}$ است اما این اثباتی برای حدس ریمان و اینکه نمی‌توان عدد دیگری بدون این ویژگی یافت که تابع را صفر کند نمی‌باشد. و ریاضی‌دانان همچنان به دنبال یافتن اثبات یا مثال نقضی برای این مسئله بزرگ هستند.

گذری بر ریاضیات مالی

یاسمین کلهر

۱۹۰۰ : «Bachelire» از معادلات حرکت براونی برای فرآیند بنیادین استنتاج گزینش قیمت‌ها استفاده کرد.

۱۹۷۳ : «Black» و «Scholes» فرمول قیمت‌گذاری انتخاب خود را که مبتنی بر حل معادلات مشتق جرئی (PDE) بود منتشر کردند.

۱۹۸۰ : «Harrison» و «Krips» رویکرد شرطبندی را در سرمایه‌گذاری معرفی کردند.

۱۹۹۰ : «Wililiam Sharpe» ، «Harry Markwitz» و «Merton Miller» ، سه نظریه‌پرداز مشهور ریاضیات مالی، جایزه‌ی نوبل اقتصاد را دریافت کردند. با اعطای جایزه‌ی نوبل اقتصاد به سه ریاضی‌دان، چشم‌انداز نوینی در مقابل چشمان پژوهشگران گشوده شد و عملاً شاخه‌ی جدیدی از علوم نظریه‌ی مالی «the theory of finance» متولد شد. این نظریه تلاش می‌کند سازوکار حاکم بر بازار مالی و چگونگی کارآمدتر کردن آن را بررسی و مطالعه کند. این رشته‌ی نوظهور اصولی را که بر بازارهای مالی حکمفرماست توضیح می‌دهد و آن‌ها را روزآمد می‌کند و دراین راستا بیش از هرچیز از ریاضیات بهره می‌گیرد. تعامل این دو رشته (ریاضیات و نظریه‌ی مالی) تا بدانجا پیش رفته‌است که مسائل مالی اکنون در زمره‌ی پژوهش‌های راهبردی در ریاضیات است.

از ۱۹۹۰ به بعد ریاضیات مالی که حاصل تلفیق اقتصاد و ریاضیات بود به عنوان یک رشته‌ی مستقل دانشگاهی به حیات خود ادامه می‌دهد.

- ریاضی مالی چیست؟

استفاده از مدل‌های ریاضی در حل مسائل بازارها و موسسات مالی

دارایی مالی (financial asset) : یک نوع دارایی نامشهود است و به آن دارایی کاغذی هم گفته می‌شود که به قراردادهایی گفته می‌شود که متضمن حقوق مالی برای دارندگان آن می‌باشد.

بازار مالی (financial market) : به بازارهایی گویند که دارایی‌های مالی در آن خرید و فروش و معامله می‌شوند.

مثال از بازارهای مالی :

۱. بورس اوراق بهادار : بازار رسمی و سازمان‌یافته‌ی سرمایه است که در آن خرید و فروش سهام شرکت و اوراق بهادار تحت ضوابط، قوانین و مقررات خاصی انجام می‌شود.

۲. بورس کالا : قراردادهایی که مشتق شده از کالای فیزیکی می‌باشد، معامله می‌شود.

آ قرارداد پیش فروش (سلف) : مبلغی که برای خرید کالایی در زمان مشخصی در آینده می‌پردازیم.

ب قرارداد آتی : قراردادی است که فروشنده متعهد می‌شود براساس آن، در سررسید معین، مقدار مشخصی از کالای تعیین شده را به قیمتی مشخص بفروشد و در مقابل خریدار متعهد می‌شود کالا را با مشخصات تعیین شده، خریداری کند.

ج اختیار معامله : اختیار خرید و فروش کالایی مشخص، در زمانی مشخص و با قیمتی مشخص.

موسسات مالی (financial institution) : بانک‌ها، شرکت‌های تامین سرمایه (Investment Bank)) ، کارگزاری‌ها (brokerage) ، شرکت‌های سبدگردانی، صندوق‌های سرمایه‌گذاری، بیمه‌ها

- مسائل ریاضیات مالی :

۱. مدیریت ریسک (risk management) : ریسک به موقعیت غیرقطعی که منجر به سود یا زیان می‌شود گویند.

انواع مهمی از ریسک‌ها :

ریسک بازار (market risk) : ریسک بازار در اثر **نوسانات قیمت** دارایی‌ها در بازار ایجاد می‌شود. اشخاص حقیقی و حقوقی دارایی‌های خود را به صورت‌های مختلف مانند پول نقد، سهام، اوراق قرضه، مسکن، طلا و سایر دارایی‌های با ارزش نگهداری می‌کنند. تمام این دارایی‌ها در معرض **تغییرات قیمت** قرار دارند و این نوسانات قیمتی مداوم، عامل اصلی ایجاد ریسک بازار هستند.

ریسک اعتباری (credit risk) : ریسک ورشکستگی طرف مقابل. ریسک اعتباری از این واقعیت ریشه می‌گیرد که طرف قرارداد، نتواند یا نخواهد تعهدات قرارداد را انجام دهد.

ریسک نقدشوندگی (Liquidity risk) : ریسک نقد شوندگی ریسکی است که از کمبود بازار خرید و فروش برای یک سهم یا ورقه بهادار ریشه می‌گیرد که مالک اوراق بهادار نمی‌تواند دارایی خود را با **سرعت کافی** و به **ارزش واقعی** برای جلوگیری از زیان بیشتر بفروشد.

ریسک نرخ ارز (currency risk) : گونه‌ای از ریسک مالی است که در اثر خرید اوراق بهاداری که با نرخ ارز

متفاوتی منتشر شده‌اند، به وجود می‌آید. احتمال این ریسک وقتی بیشتر می‌شود که سرمایه‌گذار دارایی‌هایی را در کشورهای مختلف خریداری نمایند.

۲. ارزش‌گذاری (valuation) :

در مقایسه دارایی‌های مالی **ارزش فعلی دارایی‌ها(present value)** بسیار مهم است. محاسبه ارزش فعلی از مباحث ابتدایی ریاضیات مالی می‌باشد.

گاهی اوقات در ارزش‌گذاری دارایی‌ها سود و زیان دارایی به صورت قطعی مشخص نیست و عدم قطعیت وجود دارد و ما با موقعیت تصادفی و احتمالی رو به رو هستیم و باید بر اساس **ارزش انتظاری (expected value)** ارزش‌گذاری کنیم که کانال اتصال ریاضیات مالی با احتمال (متغیرهای تصادفی و امید ریاضی و ...) است.

در مبحث ارزش‌گذاری، **موضوع آربیتراژ (arbitrage)** بسیار مهم می‌باشد که به آن سود قطعی بدون ریسک گویند که مبحث قیمت‌گذاری آربیتراژ مباحثی است که در ریاضیات مالی محاسبه می‌شود.

۳. مدیریت سرمایه‌گذاری (investment management) :

- مدیریت بازده و ریسک سبد (مطالعه رابطه بین بازده و ریسک)
- تنوع بخشی به دارایی‌های سبد برای افزایش بازده و کاهش ریسک (به صورت کمی و دقیق و فرمول در ریاضیات مالی محاسبه می شود.)
- پوشش ریسک: چه دارایی را به سبد بیفزاییم به طوری که در صورت وجود ریسک، ریسک پوشش داده شود.
- پیش‌بینی قیمت: وقتی در معرض ریسک بازار (قیمت) هستیم پیش‌بینی قیمت یکی ازمسائل مدیریت سرمایه‌گذاری می‌باشد.
- تلاطم: راهی برای اندازه‌گیری عدم قطعیت در قیمت (نوسانات قیمت)

- رشته‌های مرتبط با ریاضیات مالی :

۱. اقتصاد مالی (financial economics) : اقتصاد مالی شاخه‌ای از اقتصاد است که مشخصاً بر فعالیت‌های پولی تمرکز دارد. اقتصاد مالی ارتباط بین متغیرهای مالی نظیر قیمت، نرخ بهره و ارزش سهام است.

۲. مدیریت مالی (financial management) : کارشناسان بخش مالی در شرکت‌ها در این رشته تحصیل داشته‌اند.

۳. مهندسی مالی (financial engineering) : نزدیک‌ترین رشته به ریاضی مالی در مقایسه با سایر موارد

۴. بیم‌سنجی (actuary science) : ریاضیات مورد استفاده برای افراد مشغول در صنعت بیمه

- شاخه‌های ریاضی مرتبط با ریاضیات مالی :

- **احتمال :**

۱. متغیر تصادفی به عنوان بازده
۲. امید ریاضی به عنوان ارزش مورد انتظار
۳. واریانس به عنوان ریسک

- **آمار :**

۱. پیش‌بینی قیمت در ریاضی مالی
۲. رگرسیون
۳. سری‌های زمانی

- **فرآیندهای تصادفی :**

۱. فرآیند قیمت به عنوان فرایند تصادفی
۲. قدم زدن تصادفی
۳. حرکت براونی

- **بهینه‌سازی :**

۱. بهینه‌سازی سبد
۲. ماکسیمم‌سازی بازده سبد
۳. مینیمم‌سازی ریسک سبد
۴. بهینه‌سازی چند هدفه
۵. بهینه‌سازی مقید

- **سایر شاخه‌های ریاضی مرتبط :**

۱. آنالیز عددی
۲. معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی
۳. نظریه بازی‌ها

مقدمه‌ای بر خمینه‌ها - بخش اول

Introduction to Manifolds(1)

شروین شفیعی

خمینه‌ها، که برگردان بسیار زیبایی از واژهٔ لاتین **Manifolds** هستند، یکی از پرکاربردترین و در عین حال اساسی‌ترین مفاهیم در ریاضیات نوین و مشخصاً شاخهٔ هندسه دیفرانسیل‌اند. آشنایی با این موجودات و شناسایی روابط پیچیدهٔ بین آن‌ها، برای هر علاقه‌مند به ریاضی ضروری بوده و به درک ما از پدیده‌های هندسی شدیداً عمق می‌بخشد. امروزه، اهمیت بالا و کاربرد گوناگون خمینه‌ها سبب شده تا آن‌ها در اکثر مباحث و سرفصل‌های جدی ریاضی محض دیده شوند؛ بخش‌هایی مانند انحناها[1]، گروه و جبر لی[2] یا متریک ریمانی[3]. البته خمینه‌ها کاربردهای فراوان دیگری نیز در علوم رباتیک، اقتصاد و آمار، فیزیک نظری و گرافیک کامپیوتری دارند. به عنوان مثال درعلم فیزیک، مدل فضا-زمان[4] که یک شبیه‌سازی از جهان هستی بوده و متغیر زمان به عنوان بعد چهارم در آن در نظر گرفته می‌شود، یک خمینه چهاربعدی‌ست. در حقیقت، احساس نیاز ریاضی‌دانان برای شناخت فضاها و اشکال با ابعاد بالاتر عامل مهمی برای پیدایش این بحث بود. پس می‌توان خمینه‌ها را نوعی تعمیم خم‌ها و رویه‌های شناخته‌شده در فضای $\mathbb{R}^2,\ \mathbb{R}^3$ دانست به‌طوری که رفتار آن‌ها قابل بررسی باشد. لذا می‌توان به اختصار، خمینه‌ها را موجوداتی تعریف کرد که به طور موضعی (در هر نقطه) رفتاری مشابه با یک رویه در $\mathbb{R}^n$ دارند. چون کار کردن با فضای اقلیدسی از هر بعد برای ما کاملاً هموار است، در تعریف خمینه‌ها نیز از این واقعیت بهره می‌بریم. پس درهر نقطه از یک خمینه، ما ساختاری مشابه $\mathbb{R}^n$داریم. مشابه‌بودن در زبان هندسه یعنی همان هم‌سان‌ریختی[5] و ابزار ما برای نشان دادن این هم‌سان‌ریختی توابع هم‌سان‌ریخت است. پس در نهایت، تنها نیاز ما برای شناخت خمینه‌ها، شناخت توابع مربوطه‌ای‌ست که قرار است بین خمینه‌ها و $\mathbb{R}^n$ رابطه برقرار کند. از ساده‌ترین خمینه‌ها می‌توان به چنبره[6]، دایره و کره[7]، مخروط[8]، استوانه[9] و نوار موبیوس[10] اشاره کرد. در هر کدام از این خمینه‌ها، می‌توان توابع مربوطه را به راحتی پیدا کرد. با این مقدمات، به سراغ تعاریف اولیه خمینه‌ها می‌رویم. پیش از آن لازم است یادآوری کنیم تمرکز اصلی ما در این نوشتار، و اکثر قریب به اتفاق مباحث ذکرشده در بالا، روی خمینه‌های هموار[11] است؛ به زبان ساده‌تر آن‌هایی که موضعاً رفتاری شبیه $\mathbb{R}^n$ دارند و اصطلاحاً اعمال اصلی «حساب»[12] روی آن‌ها امکان‌پذیر است.

[1] Curvatures
[2] Lie Groups
[3] Riemannian Metric
[4] Spacetime
[5] Homeomorphism
[6] Torus
[7] Circle and Sphere
[8] Cone
[9] Cylinder
[10] Möbius Strip

خمینه‌های توپولوژیک

ساده‌ترین و پایه‌ای‌ترین خمینه برای تعریف، یک **خمینهٔ توپولوژیک**[13] است.

تعریف ۱. فرض کنید M یک فضای توپولوژیک است. می‌گوییم M یک **خمینهٔ توپولوژیک n-بعدی**[14]ست اگر شرایط زیر برقرار باشد:

- M یک فضای هاسدورف[15] باشد؛ یعنی به ازای هر دو نقطهٔ مجزای $p,q \in M$، دو باز مجزای $U,V \subseteq M$ موجود باشد به شرطی که

$$p \in U, \quad q \in V, \quad U \cap V = \varnothing$$

- M شمارای نوع دوم[16] باشد؛ یعنی بتوان یک پایهٔ شمارا برای توپولوژی تعریف‌شده روی این فضا پیدا کرد.

- M به‌طور موضعی یک فضای اقلیدسی از بعد n باشد؛ یعنی به ازای هر نقطه عضو خمینه، همسایگی‌ای یافت شود که با یک باز در $\mathbb{R}^n$ هم‌سان‌ریخت باشد. ویژگی سوم به‌طور دقیق‌تر به این معنی است که به ازای هر $p \in M$

  – باز $U \subseteq M$ موجود است به طوری که $p \in U$،

[11] Smooth Manifolds
[12] Calculus
[13] Topological Manifold
[14] Topological n-Manifold
[15] Hausdorff Space
[16] Second Countable

– باز $\hat{U} \subseteq \mathbb{R}^n$ و تابع هم‌سان‌ریخت $\varphi : U \subseteq M \to \hat{U} \in \mathbb{R}^n$ موجود باشد.

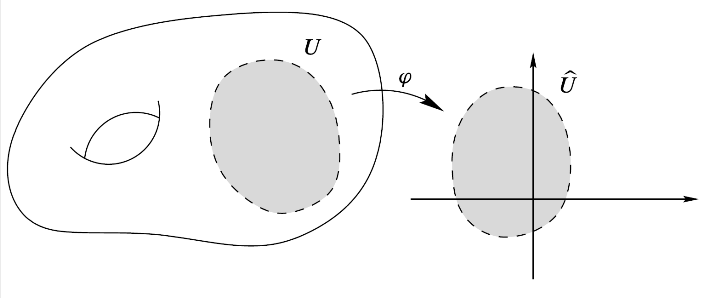
هر کدام از خواص ذکرشده در تعریف یک خمینه دارای اهمیت اساسی‌ست. اگر کمی بیشتر به خاصیت سوم توجه کنیم، درمی‌یابیم که این ویژگی، کارکردن با خمینه‌ها را بسیار آسان‌تر می‌کند. در واقع، به جای کار کردن با فضاهای پیچیده و عموماً ناشناخته در مواجهه با یک خمینهٔ جدید، از فضای هم‌سان‌ریخت آن بهره می‌بریم که همهٔ ویژگی‌های آن فضا برای ما شناخته‌شده است. اولین مثالی از یک خمینه که با تعاریف بالا به ذهن متبادر می‌شود، فضای اقلیدسی $\mathbb{R}^n$ است. به ازای هر بعد، این فضا یک خمینه است که با تابع همانی به فضای اقلیدسی مربوط می‌شود. همچنین عدد طبیعی n که به عنوان بعد خمینه معرفی شد، همواره در نام‌گذاری خمینه‌ها نیز به کار رفته و نشان می‌دهد این خمینه با کدام بعد از فضای اقلیدسی هم‌سان‌ریخت است. در همین زمینه، قضیهٔ بسیار مهمی در توپولوژی موجود است که بیان می‌کند دو خمینه تنها در صورتی می‌توانند با یکدیگر هم‌سان‌ریخت باشند که دارای ابعاد برابر باشند. یعنی دو خمینه با ابعاد غیر یکسان هیچ‌گاه هم‌سان‌ریخت نیستند.

کارت‌های مختصاتی[17]

فرض کنید M یک خمینهٔ توپولوژیک است. یک **کارت مختصاتی** یا به اختصار همان کارت روی M، دو تایی (U, φ) است به طوری‌که U یک باز M بوده و تابع $\varphi : U \to \hat{U}$ یک هم‌سان‌ریختی از بازی در خمینه(U) به بازی در $\mathbb{R}^n$($\hat{U}$) باشد. می‌دانیم طبق تعریف یک خمینهٔ توپولوژیک، برای هر نقطه می‌توان یک کارت پیدا کرد. توجه نمایید که نگاشت φ در این جا دارای دو خاصیت اساسی‌ست؛ اول آن که تصویر آن باز است، دوم آن که یک به یک بوده و روی تصویرش پوششی است. درکتب هندسه دیفرانسیل گاهی از واژه قدیمی پارامتری‌سازی[18] به جای واژهٔ کارت استفاده می شود. شکل زیر عملکرد یک کارت مختصاتی را به خوبی نشان می‌دهد:

فرض کنید کارت (U, φ) داده شده‌است. در این صورت مجموعهٔ U یک **دامنهٔ مختصاتی یا همسایگی مختصاتی**[19] نامیده می‌شود. همچنین تابع φ نیز یک **نگاشت موضعی مختصاتی**[20] وتوابع جزئی $(x^1, x^2, \cdots, x^n)$ از φ که برای هر نقطهٔ $p \in U$ به صورت $\varphi(p) =$

[17] Coordinate Charts
[18] Parametrization
[19] Coordinate Domain or Coordinate Neighborhood
[20] Local Coordinate Map



شکل ۱: یک کارت مختصاتی – [۱]

$(x^1(p), x^2(p), \cdots, x^n(p))$ تعریف می‌شوند را یک **مختصات موضعی**[21] روی U می‌نامند.

مثال ۲. فرض کنید می‌خواهیم کارت‌های یک کرهٔ ۲-بعدی را مشخص کنیم. می‌دانیم یک کرهٔ ۲-بعدی، که در صفحهٔ مختصات ۳-بعدی قابل نشان دادن است، دارای مختصات زیر است:

$$S^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$$

یکی از انگیزه‌های خوب برای تعریف کارت‌ها مشاهدهٔ این واقیت است که مختصات نقاط روی کره مثبت و منفی‌اند. پس فرض کنید U_i^+ زیرمجموعه‌ای از $\mathbb{R}^3$ باشد که مختصات iام آن مثبت است؛ یعنی:

$$U_i^+ = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x_i > 0\}$$

به طور مشابه U_i^- نیز زیرمجموعه‌ای از $\mathbb{R}^3$ است که مختصات iام آن منفی‌ست. حال تابع $f : \mathbb{B}^2 \to \mathbb{R}$ را در نظر بگیرید که منظور از $\mathbb{B}^2$ همان گوی باز ۲-بعدی‌ست.

$$f(u) = \sqrt{1 - ||u||^2}$$

در این‌صورت برای $x_1 \in U_i^+$ داریم:

$$x_1 = f(\hat{x_1}) = f(x_2, x_3) = \sqrt{1 - (x_2^2 + x_3^2)}$$

به‌صورت مشابه $x_2 = f(\hat{x_2})$ و $x_3 = f(\hat{x_3})$ که منظور ما از $\hat{x_i}$ حذف متغیر x_i از بردار (x_1, x_2, x_3) است. برای $x_i \in U_i^-$ نیز داریم $x_i = -f(\hat{x_i})$. به این ترتیب، هر زیرمجموعهٔ $U_i \cap S^2$ به صورت موضعی اقلدیسی از بعد ۲ است و توابع $\varphi_i^{\pm} : U_i^{\pm} \cap S^2 \to \mathbb{B}^2$ تعریف‌شده توسط

$$\varphi_1^{\pm}(x_1, x_2, x_3) = (x_2, x_3)$$
$$\varphi_2^{\pm}(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_3)$$
$$\varphi_3^{\pm}(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2)$$

کارت‌های آن را تشکیل می‌دهند.

[21] Local Coordinates

خمینه‌های هموار

توجه داشته باشید همان تعریفی که تا اینجا از خمینه‌های توپولوژیک ارائه شد، برای شناخت خواص توپولوژیک این فضاها کافی‌ست؛ خواصی مانند فشردگی یا همبندی. اما گاهی اوقات ما به ابزارهای موجود در حساب دیفرانسیل مانند پیوستگی یا مشتق برای خمینه‌ها نیازمندیم که با تعریف کنونی ما قابل درک نخواهند بود. از این رو، مفهوم جدیدی به نام خمینه‌های هموار یا اصطلاحاً دیفرانسیل‌پذیر[۲۲] را ارائه می‌کنیم.

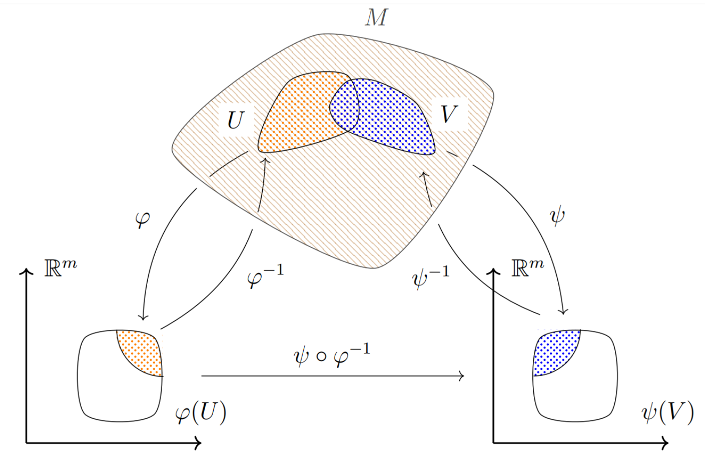
تعریف ۳. فرض کنید دو باز $U \subseteq \mathbb{R}^n$ و $V \subseteq \mathbb{R}^m$ موجود است. در این صورت، تابع $F : U \to V$ را یک **تابع هموار(بی‌نهایت بار مشتق‌پذیر یا** C^∞) می‌نامند اگر هرکدام از توابع جزئی F دارای مشتق جزئی پیوسته از مرتبهٔ بی‌نهایت باشد.

$$F := (f_1(x_1, x_2, ..., x_n), ..., f_m(x_1, x_2, ..., x_n))$$

منظور ما از توابع جزئی F همان f_iها هستند. به علاوه، اگر F یک به یک و پوششی بوده و دارای تابع وارون هموار نیز باشد، آن را یک **دیفئومورفیسم**[۲۳] می‌نامند. منظور ما از یک خمینهٔ هموار یا دیفرانسیل‌پذیر نیز ساختاری‌ست که شامل این ویژگی باشد؛ یعنی نگاشت‌های مختصاتی آن دارای این خصوصیات باشند.

این‌طور به نظر می‌رسد که این خمینه‌ها دارای ویژگی‌های بیشتری از خمینه‌های توپولوژیک هستند. برای شناخت این ویژگی‌های افزون و چون هدف و انگیزهٔ ما برای تعریف خمینه‌های دیفرانسیل‌پذیر برقراری ساختار دیفئومورفیسم بود، ابتدا فرض کنیم خمینهٔ توپولوژیک n-بعدی M موجود است. همچنین فرض کنیم برای هر نقطه روی این خمینه، نگاشت مختصاتی آن به شکل $\varphi : U \to \hat{U} \subseteq \mathbb{R}^n$ باشد. حال فرض کنیم تابع $f : M \to \mathbb{R}^n$ نیز موجود است. می‌دانیم منظور ما از خمینهٔ هموار زمانی‌ست که تابع $f \circ \varphi^{-1} : \hat{U} \to \mathbb{R}^n$ با تعریف شناخته‌شدهٔ ما در ریاضی ۱ مشتق‌پذیر باشد. اما مسلماً نباید مشتق‌پذیری این تابع با نحوهٔ انتخاب ما از کارت تغییر کند؛ در حقیقت باید مستقل از انتخاب کارت باشد. برای تضمین این اتفاق باید به سراغ **کارت‌های هموار** برویم. پس این ویژگی بسیار مهم ما را به تعریف اصلی خمینه‌های هموار یا دیفرانسیل‌پذیر سوق می‌دهد.

تعریف ۴. فرض کنید M یک خمینهٔ توپولوژیک n-بعدی‌ست. اگر (U, φ) و (V, ψ) دو کارت این خمینه باشند به نحوی که $U \cap V \neq \varnothing$، نگاشت ترکیب $\psi \circ \varphi^{-1} : \varphi(U \cap V) \to \psi(U \cap V)$ را یک **نگاشت تغییر کارت یا تغییرمختصات از** φ **به** ψ[۲۴] می‌نامند. چون این نگاشت ترکیب دو نگاشت همسان‌ریخت است، پس خودش نیز همسان‌ریخت است. دوکارت (U, φ) و (V, ψ) را **به‌طور هموار مرتبط**[۲۵] می‌گویند اگر $U \cap V = \varnothing$ یا در غیر این‌صورت نگاشت تغییر کارت، که نگاشتی مابین دو زیرفضای اقلیدسی‌ست، دیفئومورفیسم باشد. به این نگاشت تغییر کارت C^k-مرتبط نیز می‌گویند اگر از کلاس C^k باشد. شکل زیر این نگاشت و نحوهٔ کارکرد آن را به خوبی نشان می‌دهد:



شکل ۲: نگاشت تغییر کارت

تعریف ۵. یک **اطلس**[۲۶] روی M مجموعه‌ای از کارت‌هایی‌ست که می‌توانند کل یک خمینه را بپوشانند یا به تعبیری، تمام نقاط آن را به طور هموار به زیرفضایی از $\mathbb{R}^n$ منتقل کنند. اطلس $\mathscr{A}$ را یک **اطلس هموار**[۲۷] گویند اگر هر دو کارت آن به طور هموار مرتبط باشد. همچنین این اطلس یک **اطلس ماکسیمال**[۲۸] است اگر هیچ اطلس هموار بزرگ‌تری از آن موجود نباشد یا به عبارتی هر کارت دیگری که به طور هموار مرتبط با کارت‌های این اطلس باشد نیز شامل اطلس باشد.

در نهایت با این تعاریف، می‌توان یک خمینهٔ هموار را تعریف کرد.

تعریف ۶. اگر M یک خمینهٔ توپولوژیک باشد، یک ساختار هموار روی آن همان اطلس ماکسیمال روی آن است. پس یک خمینهٔ هموار دوتایی $(M, \mathscr{A})$ است که M یک خمینهٔ توپولوژیک و $\mathscr{A}$ یک ساختار هموار باشد.

[22] Differentiable Manifolds
[23] Diffeomorphism
[24] Transition Map
[25] Smoothly Compatible
[26] Atlas
[27] Smooth Atlas
[28] Maximal Atlas

تعریف فوق برای تضمین خواسته‌ای که از ابتدا داشتیم کفایت می‌کند. به این ترتیب، هرگاه خواستیم ثابت کنیم ساختاری یک خمینهٔ هموار است، تنها کافی‌ست اطلس ماکسیمال و کارت‌های مشمولش را شناسایی کرده و همچنین نشان دهیم این کارت‌ها به صورت هموار با یکدیگر مرتبطاند.

مثال‌هایی از خمینه‌های هموار

مثال ۷. اگر $M = \mathbb{R}^n$ را در نظر بگیریم، با معرفی یک کارت سرتاسری $\varphi = \mathrm{Id}_{\mathbb{R}^n}$ کل $\mathbb{R}^n$ پوشیده می‌شود. لذا نیاز به معرفی کارت‌های دیگر نیست. چون کل فضا با یک کارت پوشیده می‌شود احتیاجی به بررسی دیفرانسیل‌پذیری نگاشت تغییر کارت نداریم. مجموعه تمام کارت‌های به‌طور هموار مرتبط با کارت $\varphi = \mathrm{Id}_{\mathbb{R}^n}$ تشکیل یک ساختار دیفرانسیل‌پذیر روی $\mathbb{R}^n$ می‌دهد که ما آن را **ساختار هموار استاندارد روی** $\mathbb{R}^n$[29] می‌نامیم. به نگاشت مختصاتی متناظر آن نیز **مختصات استاندارد**[30] می‌گوییم.

مثال ۸. دایرهٔ S^1 روی $\mathbb{R}^2$ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم نشان دهیم دایره یک خمینهٔ ۱-بعدی‌ست.

$$S^1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

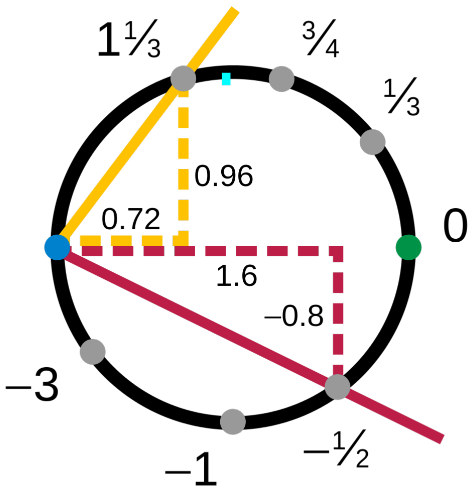
فرض کنیم $p = (x,y) \in S^1$. روی دایره نقطهٔ $(-1,0)$ را در نظر بگیرید. اگر از این نقطه به p خطی رسم کنیم، دارای شیب $\frac{y}{1+x}$ است. به وضوح با این شیوه برای هر نقطهٔ دل‌خواه روی دایره می‌توان یک عدد یکتا (شیب خط عبوری از نقطهٔ $(-1,0)$) در $\mathbb{R}$ را به آن نسبت داد (توجه کنید برای نقاط با عرض مثبت، شیب مثبت و نقاط با عرض منفی، شیب منفی خواهد بود). پس این نگاشت یک به یک است. اما این نگاشت تمامی نقاط روی دایره را به جز خود نقطهٔ $(-1,0)$ پوشش می‌دهد. یعنی، برای نشان دادن ساختار هموار این خمینه نیاز به کارت دیگری نیز داریم. اگر این بار نقطهٔ $(1,0)$ را در نظر بگیریم، شیب خط عبوری از p برابر است با $\frac{y}{x-1}$. با این تکنیک، مشکل عدم پوششی بودن نگاشت قبل نیز بر طرف شد. البته خود این نگاشت نیز در نقطهٔ $(1,0)$ پوششی نبوده که با نگاشت اول قابل رفع خواهد بود.

[29] Standard Smooth Structure
[30] Standard Coordinates

پس داریم:

$$\varphi_- : U \subseteq S^1 \to \mathbb{R}, \quad \varphi_-(x,y) = \frac{y}{1+x} = s$$
$$\implies (\varphi_-)^{-1}(s) = (\frac{1-s^2}{1+s^2}, \frac{2s}{1+s^2})$$
$$\varphi_+ : V \subseteq S^1 \to \mathbb{R}, \quad \varphi_+(x,y) = \frac{y}{x-1} \implies$$
$$\varphi_+ \circ \varphi_-^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R},$$
$$\varphi_+ \circ \varphi_-^{-1}(s) = \frac{\frac{2s}{1+s^2}}{\frac{1-s^2}{1+s^2} - 1} = \frac{2s}{-2s^2} = \frac{-1}{s}$$

می‌دانیم تابع $\frac{-1}{s}$ یک به یک بوده و در دامنهٔ خود پوششی و مشتق‌پذیر است؛ زیرا نقطهٔ $s = 0$ که متناظر با نقطهٔ $(1,0)$ است در دامنهٔ مشترک وجود ندارد. وارون این تابع نیز طبق همین استدلال مشتق‌پذیر بوده و نتیجه می‌گیریم نگاشت تغییر کارت یک دیفئومورفیسم است. پس اطلس دایره ۲-کارتی‌ست و دایره یک خمینهٔ ۱-بعدی‌ست. توجه کنید برای دایره می‌توان اطلس ۴-کارتی نیز تشکیل داد. بنابراین نتیجه می‌گیریم تعداد کارت‌های اطلس لزوماً یکسان نیست اما بعد یک خمینه با هر اطلسی یکسان است. به اضافه، می‌توان ثابت کرد هیچ اطلس تک کارتی‌ای برای دایره وجود ندارد. اگر اطلسی تک کارتی موجود بود، یعنی دایره با کل محور اعداد حقیقی همسان‌ریخت بود که می‌دانیم این یک تناقض است. با تکنیک‌هایی مشابه، می‌توان نشان داد خم‌های دیگری مانند خم‌های بیضوی، سهمی‌ها و هذلولی‌ها نیز خمینه‌هایی ۱-بعدی‌اند.



شکل ۳: نحوهٔ ساخت کارت‌های دایره

مثال ۹. یک چنبره یا دونات به زبان عامیانه، توسط معادلهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbb{T}^2 \cong S^1 \times \ S^1 =$$

$$\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid (R-\sqrt{x^2+y^2})^2+z^2=r^2\}$$

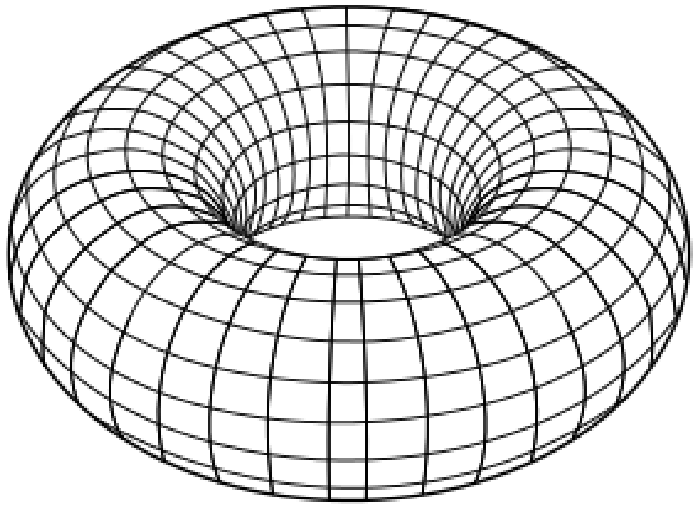
چندبره یک خمینهٔ ۲-بعدی با اطلس تک‌کارتی‌ست. کارت آن عبارت است از:

$$\varphi:[0,2\pi)\times[0,2\pi)\subseteq\mathbb{R}^2\to\mathbb{T}^2,$$

$$\varphi(u,v)=$$

$$([R+r\cos(v)]\cos(u),[R+r\cos(v)]\sin(u),r\sin(v))$$

به راحتی می‌توان بررسی کرد که نگاشت فوق یک دیفئومورفیسم است. چون این اطلس تک‌کارتی‌ست، نیازی به بررسی نگاشت تغییر کارت نداریم و لذا چندبره یک خمینهٔ ۲-بعدی‌ست.



شکل ۴: چندبره

مثال ۱۰. فرض کنید $M=\mathbf{M}(m\times n,\mathbb{R})$ فضای ماتریس‌های $m\times n$ با درایه‌های حقیقی باشد. می‌خواهیم نشان دهیم این فضا یک خمینهٔ هموار mn-بعدی‌ست. برای این کار تنها کافی‌ست اطلس تک‌کارتی زیر را در نظر بگیریم:

$$\varphi:U\subseteq\mathbf{M}(m\times n,\mathbb{R})\to\mathbb{R}^{mn},$$

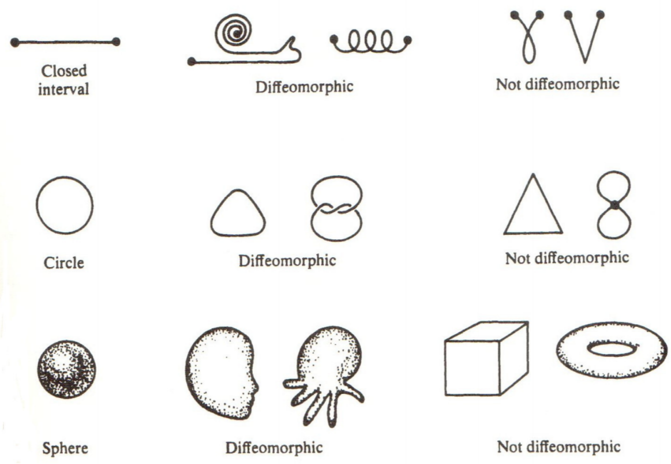
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{pmatrix}\longmapsto$$

$$(a_{11},a_{12},\ldots,a_{1n},a_{21},a_{22},\ldots a_{2n},\ldots,a_{m1},a_{m2},\ldots,a_{mn})$$

به وضوح این نگاشت دیفئومورفیسم است. چون این اطلس تک‌کارتی‌ست، نیازی به بررسی نگاشت تغییر کارت نداریم و لذا فضای ماتریس‌های $m\times n$ یک خمینهٔ mn-بعدی‌ست. مشابهاً، فضای ماتریس‌های $m\times n$ با درایه‌های مختلط نیز یک خمینهٔ $2mn$-بعدی‌ست زیرا می‌دانیم $\mathbb{C}\cong\mathbb{R}^2$.

مثال ۱۱. کرهٔ S^2 در فضای $\mathbb{R}^3$ را در نظر بگیرید. در مثال ۲ نشان دادیم کره یک خمینهٔ توپولوژیک است. به عنوان تمرین برای خواننده ثابت کنید کره یک خمینهٔ هموار ۲-بعدی است. توجه کنید اطلس کره ۶ کارتی و با استفاده از نگاشت تصویر[31] نقاط روی صفحات مختلف به دست می‌آید. برای بررسی دیفئومورفیسم و مشتق‌پذیری نیز باید از معلومات ریاضی ۲ (به خصوص مشتق توابع چندمتغیره و قضیه تابع وارون) بهره ببرید.

برای تکمیل بحث، می‌خواهیم دو نامثال از خمینه‌ها را بیاوریم که هردوی آن‌ها با اینکه خمینهٔ توپولوژیک هستند، خمینهٔ هموار نیستند. درحقیقت تعریف عامیانهٔ ما از یک خمینهٔ هموار این است که اگر در هر نقطهٔ یک خمینهٔ هموار به عنوان یک ناظر برویم و اطراف‌مان را نگاه کنیم، بتوانیم فضای اقلیدسی را مشاهده کنیم. در خمینه‌های ناهموار این رخداد به دلایل مختلف رخ نمی‌دهد. به زبان دقیق‌تر، علت هموار نبودن بعضی خمینه‌ها درعدم وجود ساختار دیفئومورفیسم بین نگاشت‌های تغییر کارت آن است. شکل زیر می‌تواند به درک ما از ساختار دیفئومورفیسم کمک کند. وجود نقاطی با اشکال گره یا لبه می‌تواند ساختار دیفئومورفیسم را نقض کند.

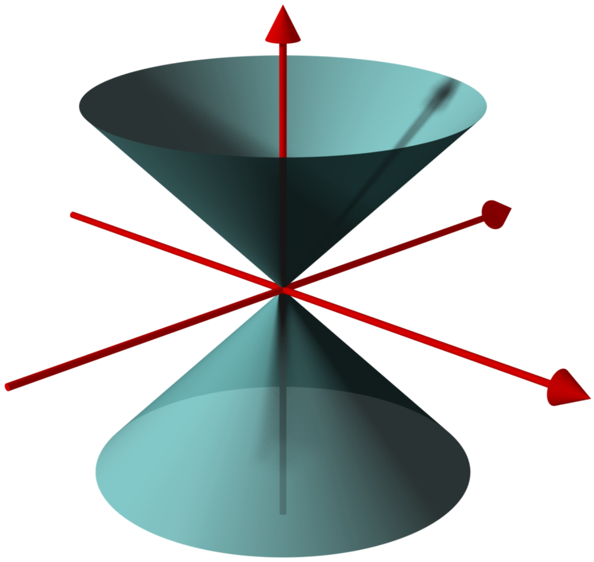


شکل ۵: ساختار دیفئومورفیسم در اشکال مختلف

مثال ۱۲. یک مخروط در فضای $\mathbb{R}^3$ دارای معادله و شکل زیر است:

$$C=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid z^2=x^2+y^2\}$$

[31] Projection Map



شکل ۶: مخروط

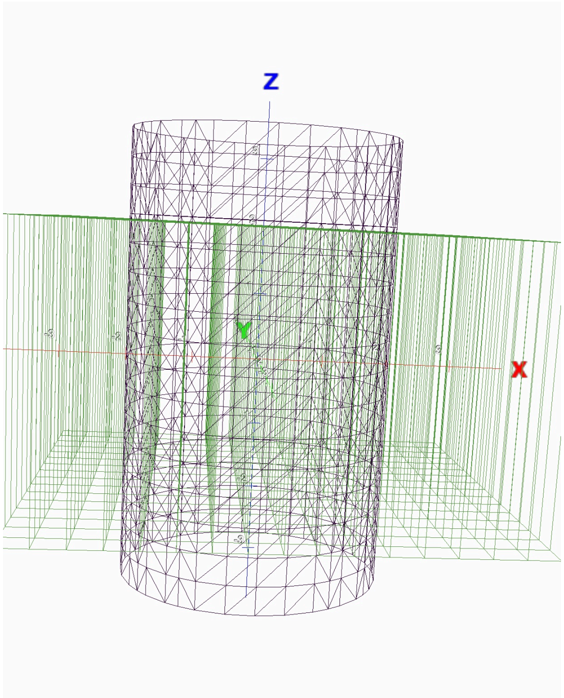
می‌توان به راحتی نشان داد مخروط یک خمینهٔ توپولوژیک است. برای این کار کافی‌ست دو کارت برای نقاط با z مثبت و منفی تعریف کرده و شرایط دیگر را بررسی کنیم. اما دقیقاً به دلیل وجود گره در نقطهٔ صفر، ساختار دیفئومورفیسم نقض می‌شود و در نتیجه یک خمینهٔ هموار نیست.

مثال ۱۳. یک استوانه با سقف و کف در فضای $\mathbb{R}^3$ دارای معادله و شکل زیر است:

$$C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = R^2, \quad |z| \leq n\}$$

از توپولوژی می‌دانیم یک استوانه بی‌انتها با فضای $\mathbb{R}^2$ منهای یک نقطه همسان‌ریخت است. با همین منطق می‌توان با استفاده از یک اطلس دو کارتی ساختار هموار استوانه را نشان داد اما استوانهٔ این مثال، با این که توپولوژیک است، چون از دو ناحیه توسط دو صفحه قطع شده و به نوعی لبه ایجاد می‌شود، ساختار دیفئومورفیسم آن نقض شده و در نتیجه یک خمینهٔ هموار نیست.

تا اینجا، با مفهوم خمینه‌ها و نحوهٔ ساخت و کارکرد آن‌ها آشنا شدیم. همان‌طور که اشاره شد، یکی از اهداف اصلی تعریف خمینه‌ها، بررسی اصول و تعاریف اولیه حساب دیفرانسیل در فضاهایی با ابعاد بالاتر بود. در بخش بعدی این مقاله که در شمارهٔ بعد منتشر خواهد شد به بررسی ریاضیات عمومی روی خمینه‌ها، اعم از تعریف توابع یا حد و پیوستگی روی آن‌ها خواهیم رفت و با معرفی نحوهٔ عملکرد یک خم روی خمینه‌ها به تعاریف اساسی مشتق‌پذیری روی آن‌ها نیز خواهیم پرداخت.



شکل ۷: استوانه با سقف و کف

مراجع

[1] Lee, John M. *Smooth manifolds.* Springer, 2013.

تحلیل توپولوژیکی داده‌ها

Topological Data Analysis

فائزه بهادری راد

درآمدی بر تحلیل داده‌ها

در عصر حاضر، همگی واقف بر اهمیت داده‌ها [1] و تحلیل آن‌ها هستیم. امروزه، تحلیل داده‌ها به قدری فراگیر شده است که می‌توانیم قرن ۲۱ را قرن داده‌ها بخوانیم! در این عصر، علم و دانش تحلیل داده‌ها و چگونگی استخراج معنی از داده‌ها یکی از بارقه‌های اصلی موفقیت است.

برخلاف حجم زیادی از داده‌ها که روزانه تولید می‌شوند، تنها نیم درصد از این حجم داده، تحلیل شده و در اکتشاف داده‌ها[2]، بهبود و هوش استفاده می‌شود. اگر چه این مقدار ناچیز به چشم می‌آید، با در نظر گرفتن اطلاعات دیجیتالی ذخیره شده در اثر انگشت‌هایمان، نیم درصد هم‌چنان شامل مقدار بسیار زیادی داده است.

با حجم زیادی داده و زمانی بسیار کم، دانستن چگونگی جمع‌آوری، بهبود، سازمان دهی، و معقولانه و قابل فهم جلوه دادن تمام این داده‌هایی که باعث بهبود کارها می‌شوند، همانند میدان مین به نظر می‌رسد! اما این کار خطرناک و در مواردی طاقت فرسا، با تلفیق یک سری علوم دیگر به علم داده [3] بسیار راحت و کاربردی خواهد بود. [۱]

درآمدی بر تحلیل توپولوژیکی داده‌ها

امروزه، دیگر روش‌های قدیمی تحلیل داده به کار نمی‌آید چرا که علم داده‌ها تقریبا در تمامی علوم دیگر ریشه دوانده و گسترده شده است. حجم زیاد و پیچیدگی بیش از حد این داده‌ها، روش‌های سنتی تحلیل داده‌ها را منسوخ کرده است. علم تحلیل توپولوژیکی داده‌ها [4] در پی این است که روش‌های نوینی با اتکا بر اینکه تمام داده‌ها دارای شکل‌هایی هستند که قابلیت ارزیابی دارند، ارائه دهد. این قابلیت ارزیابی امضایی از علم توپولوژی همراه خود دارد: تفسیری از شکل داده‌ها که به منظور مطالعه بر روی آن‌ها ساده سازی شده است.

باید توجه کنیم که ساختن این امضای توپولوژیکی از شکل داده‌ها، فرآیندی پراتلاف است؛ به عبارت دیگر، ممکن است در این روند برخی اطلاعات و داده‌ها از بین بروند. لذا نیاز است که تحلیل توپولوژیکی داده‌ها را در چارچوبی به کار ببریم که به جای حذف و از بین بردن

[1] Data
[2] Data Discovery
[3] Data Science
[4] Topological Data Analysis

داده‌های ضروری و ساختارهای مهم، با کاهش بعد از پیچیدگی داده‌ها بکاهیم. همچنین نیاز است کاربر با علم بر اینکه چه خصیصه‌هایی از داده‌ها را می‌توان در توپولوژی معادل سازی کرد، پیش برود.

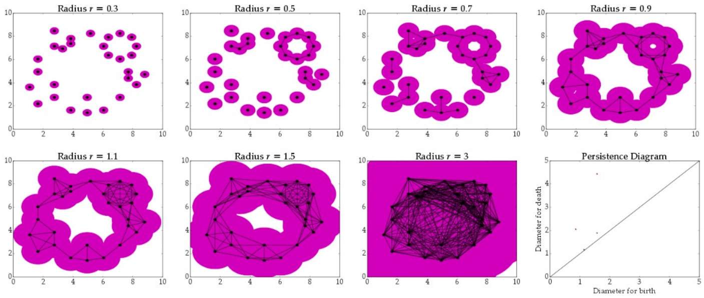
در این مقاله قصد داریم که مقدمه و نگاهی کلی بر روش تحلیل توپولوژیکی داده‌ها داشته باشیم. خواهیم دید که چگونه داده‌های واقعی را در متن تحلیل توپولوژیکی داده‌ها تفسیر کنیم. به معرفی دو ویژگی توپولوژی خواهیم پرداخت و نقش آن دو ویژگی را در این روش تحلیل داده بررسی خواهیم کرد.

همولوژی ماندگار

اولین ابزار توپولوژیکی‌ای که در تحلیل توپولوژیکی داده‌ها قویاً استفاده می‌شود، همولوژی ماندگار [5] است. نمودار ماندگاری، می‌تواند حاوی اطلاعات زیاد و مفیدی درباره‌ی یک ابر نقطه [6] باشد؛ اطلاعاتی همانند خوشه‌بندی بدون نیاز به انتخاب مؤلفه‌های همبندی که عموما مورد نیاز هستند. به کمک همولوژی ماندگار، می‌توان ساختارهای پیچیده‌تری از داده‌ها، مثل حلقه و یا حفره‌ها، را توجیه و تشریح کرد؛ ساختارهایی که با دیگر روش‌های آنالیزی قابل بیان نیستند. از ابزار همولوژی ماندگار در تحلیل داده‌ها در بسیاری از زمینه‌ها استفاده می‌شود، به عنوان مثال: پردازش تصویر[7]، تحلیل دنباله‌های زمانی[8]، تبارزایش یا فیلوژنتیک[9]، علوم اعصاب یا نوروساینس[10] و شبکه‌های حسگر[11].

تصویر ۱ مثالی از همولوژی ماندگار را نشان می‌دهد. این همولوژی ماندگار، برای بررسی یک مجموعه داده ابر نقطه با ساختن مجتمع ریپس [12]، به تصویر کشیده شده که مجموعه‌ی رئوس آن را با رنگ مشکی به نمایش درآورده‌ایم.

[5] Persistent Homology
[6] Point Cloud
[7] Image Processing
[8] Time Series Analysis
[9] Phylogenetics
[10] Neuroscience
[11] Sensor Networks
[12] Rips Complex



شکل ۱: مثالی از همولوژی ماندگار

مجتمع‌های سادکی

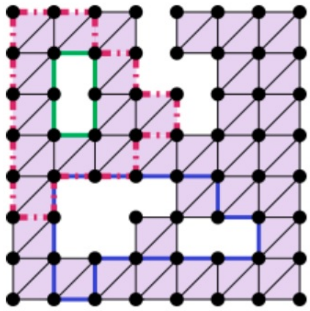
هدف اصلی تحلیل توپولوژیکی داده‌ها بررسی شکل اصلی و بدوی داده‌ها به وسیله‌ی متری مخصوص است. اگر چه خود داده‌ها به تنهایی چیزی جز مجموعه‌ای نقاط و مختصات نیستند، گاهی این مختصات به حدی زیاد هستند که قابل نمایش نمی‌باشند. به عنوان مثال، ابر نقطه‌ی تصویر ۱ به نظر نمونه‌ای از یک ساختار مدور می‌آید، اما این ساختار چگونه به دست آمده و چگونه تفسیر می‌شود، به خصوص زمانی که داده‌ها به جای ۲ مختصات، ۷۳ مختصات داشته باشند؟ بنابراین ما به یک ساختاری نیاز داریم تا در طول تحلیل خود، به عنوان نماینده‌ای از شکل داده‌ها از آن استفاده کنیم.

گراف‌ها ابزاری هستند که در بسیاری از روش‌های تحلیل داده‌ها استفاده می‌شوند. دلیل استفاده از گراف‌ها این است که این ابزار مهم ریاضی، قابلیت ذخیره و نمایش رابطه‌ها بین نقاط داده‌ها را دارد. می‌توان گفت که گراف‌ها، اسکلت یک بعدی داده‌ها را می‌سازند؛ یعنی مجموعه‌ی رئوس گراف اشکالی صفر بعدی در نظر گرفته می‌شوند و یال‌های آن اشکالی یک بعدی. اما چرا از لفظ اسکلت برای گراف استفاده کردیم؟ چون که همانند اسکلت بدن انسان، روابطی از ابعاد بالاتر در این گراف‌ها برقرار است که وقتی فقط به اسکلت نگاه می‌کنیم این‌ها را نمی‌بینیم!

در تصویر ۲، مثالی از یک مجتمع سادکی می‌بینیم. مجموعه‌های مشخص شده به رنگ سبز، صورتی و آبی کلاس‌های همولوژی یک بعدی را مشخص می‌کنند که می‌گوییم کلاس سبز رنگ و کلاس صورتی رنگ را معادل می‌نامیم زیرا که حول یک حفره‌ی مشترک بنا شده‌اند. مرتبه‌ی همولوژیِ یک بعدی، که به آن عدد بتی نوع اول (β_1) گفته می‌شود، ۳ است چون که ۳ حفره در فضا وجود دارد.

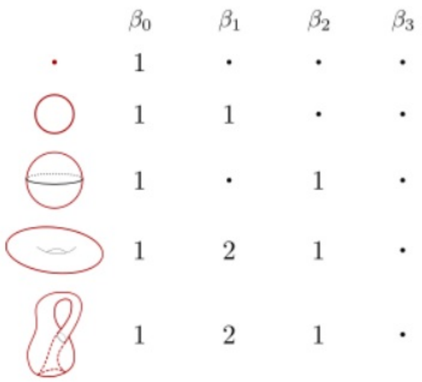
ماندگاری چه چیزی را مشخص می‌کند؟

همولوژی به بعدهای مختلفی برای به نمایش گذاشتن بعد ساختار مورد ارزیابی قرار گرفته شده تقسیم می‌شود. طبق تصویر ۳، همولوژی صفر بعدی خوشه‌بندی، همولوژی یک بعدی حلقه‌ها، همولوژی دو بعدی



شکل ۲: مثالی از مجتمع سادکی

حفره‌ها، را ارزیابی می کند. همولوژی‌هایی با بعد بالاتر از حوزه‌ی این مقاله خارج است. اگر بعد این همولوژی‌ها را k بنامیم، عدد بتی متناظر با آن‌ها را با نماد β_k نمایش می‌دهیم. در تصویر ۳ می‌بینیم که عدد بتی β_k را برای فضاهای توپولوژیکی مختلف به نمایش گذاشته است: یک نقطه، یک دایره، یک کره، یک دونات و نیز بطری کلاین [13]. kامین عدد بتی، نمایانگر مرتبه‌ی گروه همولوژی از بعد k است؛ بنابراین، خواص متفاوتی از فضا را در هر بعد می‌سنجد.



شکل ۳: مثالی از اعداد بتی

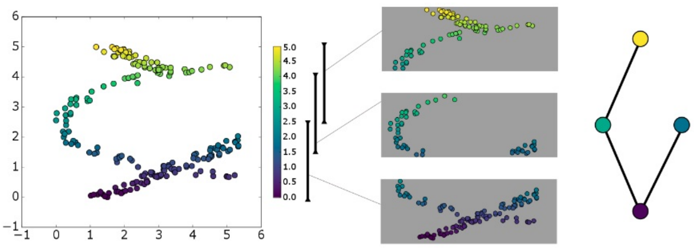
نرم‌افزارها

- Dionysus: C++
- Perseus
- TDA Package: R
- Ripser: Python

[13] Klein Bottle

نگاشت کننده یا mapper

دیگر ابزار بسیار مهم توپولوژی که در تحلیل توپولوژیکی داده‌ها به کار می‌رود، mapper می‌باشد. ایده‌ی استفاده از این ابزار این است که با استفاده از گراف، ساختار یک بعدی یک مجموعه از داده‌ها را نمایش دهید. برخلاف نمودار ماندگاری، داده‌ها موقعیتی وابسته به نقاط در گراف mapper دارند. از آنجایی که نمایش این گراف‌ها ساده‌تر هستند، الگوریتم mapper کاربرد بیشتری در تحلیل و نمایش مجموعه داده‌ها دارد. در تصویر ۴ یک مثالی کوچک از mapper می‌بینید. تابع پالایش [14] داده‌ها، روی محور y نمایش داده شده است. پوششی برای مقادیر تابع انتخاب شده و سپس داده‌ها با توجه به آن پوشش خوشه‌بندی شده‌اند. در نهایت، گراف متناظر با این مجموعه داده، در سمت راست تصویر نشان داده شده است.



شکل ۴: مثالی از mapper

mapper چه چیزی را مشخص می‌کند؟

همانند ماندگاری، ما از یک ابر نقطه از داده‌ها شروع به کار کرده و یک فاصله روی مجموعه داده‌ها تعریف می‌کنیم. اما، برخلاف ماندگاری، ما راه‌های بیشتری پیش رو داریم تا گراف mapper را بسازیم.

اصلی‌ترین بخش از داده‌ها که برای تشکیل گراف mapper نیاز است، تابع پالایش می‌باشد. این تابع پالایش، یک تخصیص عددی حقیقی به هر یک از نقاط داده‌ها است و برای پراکنده کردن داده‌ها استفاده می‌شود.

بعد از تابع پالایش به یک پوششی نیاز داریم تا داده‌ها را خوشه‌بندی کنیم. هر یک از این خوشه‌ها، خود یک راسی از گراف mapper را می‌سازند. به این ترتیب، گراف ما تکمیل می‌شود.

نرم‌افزارها

- Mapper: Python

[14] Filter Function

- Applications of TDA: Ayasdi [15]

سخن آخر

تحلیل توپولوژیکی داده‌ها ابزارهای قوی فراهم می‌کند که امکان یافتن ساختارهایی در داده‌ها را به دست ما می‌دهند. در حالی که دیگر روش‌ها برای تحلیل در تشخیص این ساختارها شکست می‌خورند. نمودار ماندگاری اطلاعات مفیدی درباره‌ی ساختارهای اساسی، به خصوص حلقه‌ها و حفره‌ها در فضا، به ما می‌دهد بدون نیاز به پارامترهایی از پیش تعیین شده. از سویی دیگر، الگوریتم mapper، نمایش یک بعدی از داده‌ها عرضه می‌کند که در توصیف و به تصویر کشیدن داده‌ها به ما آزادی عمل می‌دهد. هرچند که پیش‌زمینه‌ی ریاضیاتی پشت هر یک از این ابزارها زمان زیادی مطالعه و آموزش‌های طولانی نیاز دارد، کدهای رایگان و درحال گسترش، باعث شده است که تحلیل توپولوژیکی داده‌ها در دسترس‌تر از همیشه باشد.

در این مقاله فقط به بیان سطحی مطالب پرداختیم، در حالی که هر یک از اصطلاحات بیان شده به بیش از ساعت‌ها مطالعه نیاز دارد تا به طور صحیح درک شود. کتاب‌ها و مقالات زیادی در این باره موجود است که می‌تواند بینش درستی از آنچه در تحلیل توپولوژیکی داده‌ها می‌گذرد به دست دهد.

مراجع

[1] Munch, Elizabeth. A user's guide to topological data analysis. *Journal of Learning Analytics*, 4(2):47–61, 2017.

[15] www.ayasdi.com

معرفی منبعی برای مسائل باز و بررسی دو مسئله باز حوزه گراف‌ها

مسیح مزکی

فکر می‌کنم با گزاره زیر موافق باشید؛

> برای هر دانشجوی ریاضی یکی از جذاب‌ترین تجربیات مواجهه با ندانسته‌هاست.

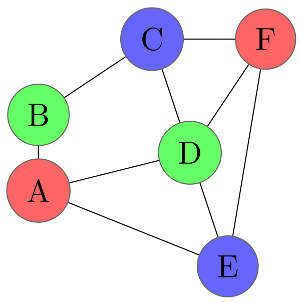
اینطور نیست؟ خیلی از ما در ابتدای راه کسب دانش تصور می‌کنیم که پاسخ تمامی سوالاتمان نزد استاد و معلم است. شاید احساس کنیم که این وضعیت همیشه ادامه پیدا خواهد کرد و هر پرسشی که در ذهنمان شکل گیرد قطعا پاسخی کامل نزد استاد درس خواهد داشت. شاید هم این تصورات خود را امتحان کنیم و به دنبال پرسش‌هایی باشیم که این فرض را به چالش بکشند. اما این وضعیت ادامه‌دار نیست و از نقطه‌ای به بعد کم کم با مرزهای علم رو به رو می‌شویم. در کتاب‌ها یا در کلاس ایده‌ای از مرزهای علممان پیدا می‌کنیم و به مسائلی برمی‌خوریم که بی‌پاسخ مانده‌اند. همیشه یکی از هیجان‌انگیزترین بخش‌های مطالعه ریاضیات مسئله‌هایی هستند که جوابشان را نمی‌دانیم. این پرسمان‌ها باعث شب‌زنده‌داری دانشمندانی می‌شوند که به دنبال سرنخی شب را به صبح می‌رسانند.

در دوران قرنطینه و برای فرار از یکنواختی دروس به‌نظر مناسب می‌آید که با خواندن و یادگرفتن در مورد این ندانسته‌ها روزهای خود را جذاب‌تر کنیم و شاید هم علایقی جدید را کشف کردیم که زندگی آکادمیکمان را دستخوش تغییر می‌کنند. در تلاش برای کشف این ندانسته‌ها با سایت Open Problem Garden[1] آشنا شدم. این سایت مجموعه‌ای‌ست از مسائل بازی که کابران خود به لیست اضافه می‌کنند و از بقیه دعوت می‌کنند تا در مورد آن‌ها فکر کنند. اگر هم مسئله‌ای حل شد به قسمت مسائل حل‌شده فرستاده می‌شود. بزرگترین گردایه این سایت مربوط به مسائل حوزه گراف‌هاست. گراف‌ها دنیایی هستند از قضایای زیبا که هم، بعدی محض گونه دارند و هم می‌توانند به شدت کاربردی باشند. در این متن قصد داریم به دو مسئله‌ی باز بپردازیم. اولین مسئله در حوزه‌ی رنگ‌آمیزی گراف‌هاست و دومین مسئله ترکیبی است از نظریه بازی‌ها و گراف‌ها.

[1] openproblemgarden.org

The Earth-Moon Problem

اکثریت ما با مسئله چهار رنگ آشنایی داریم؛ فرض کنید نقشه‌ای متشکل از کشورهای مختلفی دارید و می‌خواهید طوری آن را رنگ‌آمیزی کنید که هیچ دو کشور مجاوری یک رنگ نباشند. آیا می‌توانید همیشه با چهار رنگ یا کمتر این کار را انجام دهید؟ اگر به هر کشور یک راس نسبت دهیم و کشورهایی را که با هم مرز دارند را با یال به هم متصل کنیم این پرسش در دنیای گراف‌ها معادل این می‌شود که بپرسیم «آیا عدد رنگی همه گراف‌های مسطح[2] کوچکتر یا مساوی ۴ است؟». این مسئله بالاخره بعد از محاسبات سنگین کامپیوتری حل شد و جواب آن مثبت بود (این اثبات یکی از اولین و معروف ترین نمونه‌های اثبات با کمک کامپیوتر یا computer-assisted proof است که خود موضوعی جالب و لایق مطالعه می‌باشد). اما یک سوال بسیار طبیعی که بعد از رسیدن به هر نتیجه‌ای در ذهن همه ریاضی‌دانان شکل می‌گیرد این است که چه‌طور می‌توان این نتیجه را گسترش داد و عمومی‌تر کرد؟

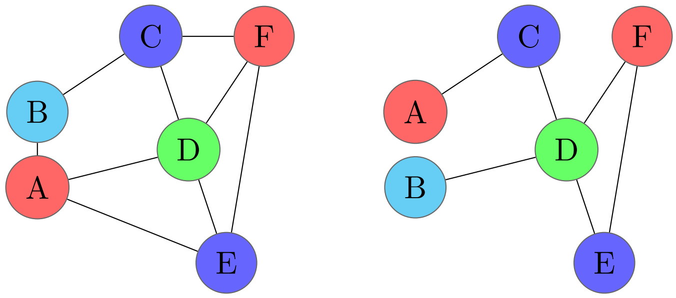


شکل ۱: نمونه‌ای از یک گراف مسطح با عدد رنگی برابر با ۳، یک تمرین جالب می‌تواند پیدا کردن مثال‌هایی با عدد رنگی ۴ باشد.

در جواب این سوال قصد داریم تا کمی به «مسئله ماه و زمین» بپردازیم. فرض کنید به جای نقشه‌ای که صرفا متشکل از چندین کشور بر روی زمین است، هر کشور دارای یک ایالت بر روی ماه نیز هست و ما می‌خواهیم طوری این دو نقشه ماه و زمین را رنگ کنیم که کشورها و ایالتشان یک رنگ بوده و هیچ دو کشور یا ایالت مجاور همرنگی وجود نداشته باشد. به طور مثال شکل ۲ را در نظر بگیرید. گراف سمت چپ همان گراف شکل ۱ است که قبلا دیدیم و با ۳ رنگ رنگش کردیم، اما

[2] گراف مسطح گرافی است که بتوان آن را روی صفحه رسم کرد بدون آنکه دو یال همدیگر را قطع کنند.

این بار کشورها بر روی ماه نیز ایالت‌هایی دارند که با توجه به قوانین جدیدمان، مجبور می‌شویم با ۴ رنگ این دو گراف را رنگ کنیم.



شکل ۲: سمت چپ: گراف زمین، سمت راست: گراف ماه. چون کشورهای B و D با هم بر روی ماه مرز دارند پس نمی‌توانند یک رنگ باشند.

مطالعه این دسته از مسائل رنگ‌آمیزی و تلاش‌ها برای گسترش مسئله چهار رنگ به قرن نوزدهم (و سال‌ها قبل از اثبات آن!) بر می‌گردد. بهتر است ابتدا به یک مسئله مرتبط بپردازیم؛ ریاضی‌دانان مسئله امپراطوری یا Empire Problem را به عنوان گسترشی از مسئله چهار رنگ مطرح کردند. به طور کلی یک مسئله‌ی رنگ‌آمیزی m-pire است اگر کشورهای ما هر کدام متشکل از m استان مختلف هستند که باید با قوانینی که ذکر کردیم آن‌ها را رنگ کنیم. در واقع با قرار دادن $m = 1$ به همان مسئله رنگ‌آمیزی گراف‌های مسطح و با قرار دادن $m = 2$ به حالتی خاص از مسئله ماه و زمین می‌رسیم که کشورها و ایالت‌هایشان هر دو بر روی زمین قرار دارند. همچنین می‌توانیم یک مقدار کار را ساده‌تر کرده و گراف‌هایی که با آن‌ها سر و کار داریم را جمع و جورتر کنیم. به چه صورت؟ اول به یک تعریف مقدماتی نیاز داریم:

تعریف ۱. *اجتماع دو گراف* $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$ *به صورت*

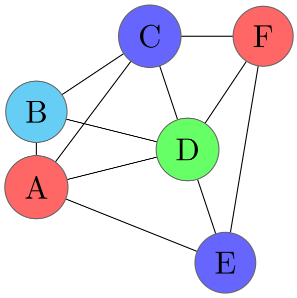
$$G_1 \cup G_2 := (V_1 \cup V_2,\ E_1 \cup E_2)$$

تعریف می‌شود.

حال داریم:

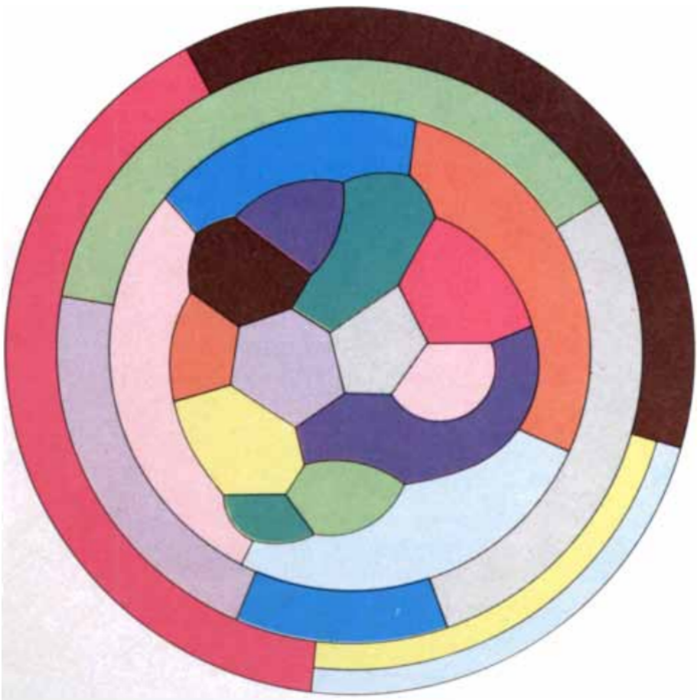
تعریف ۲. *یک گراف m-pire نامیده می‌شود اگر بتوان آن را به صورت اجتماع m گراف مسطح بر روی یک مجموعه رئوس V نشان داد.*

در واقع می‌توانیم گراف‌های مورد بررسی را با هم یکی کرده و تنها یک گراف را بررسی کنیم. به طور مثال گرافی که در شکل ۲ بررسی کردیم را می‌توانیم به صورت زیر نمایش دهیم:



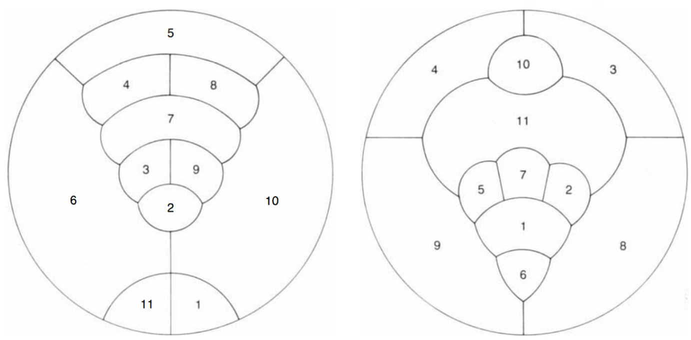
شکل ۳: اکنون مشخص می‌شود که چرا عدد رنگی ما به ۴ افزایش پیدا کرده، به این دلیل که چهار رأس A, B, C, D یک گراف کامل با ۴ رأس را تشکیل می‌دهند و یک گراف کامل با n رأس به n رنگ نیاز دارد.

مسئله امپراطوری و مسئله ماه و زمین شباهت‌های بسیاری دارند و ممکن است به راحتی نتوان تفاوت‌های آنها را صرفاً در دنیای گراف‌ها متوجه شد. برای دیدن این تفاوت بهتر است به شکل‌هایی که این گراف‌ها را تولید می‌کنند نگاه کنیم. به شکل زیر توجه کنید:



شکل ۴: یک نمونه از یک نقشه 2-pire که به ۱۲ رنگ نیاز دارد.

تمامی ناحیه‌ها درون یک دایره قرار گرفته‌اند. در صورتی که در نقشه ماه و زمین نواحی در ۲ دایره جدا قرار می‌گیرند. به نوعی مسئله ماه و زمین در مورد زیرمجموعه‌ای از نقشه‌های 2-pire است.



شکل ۵: یک نمونه از یک نقشه ماه و زمین که به ۹ رنگ نیاز دارد.

حال که تا حدودی با مسئله امپراطوری هم آشنا شدیم می‌توانیم به قضایا بپردازیم. یک منبع بسیار عالی برای مطالعه [۳] می‌باشد که یک تاریخچه جامع و کامل از تمامی مسائل معرفی شده تا اینجای کار را گردآوری کرده است. بعد از معرفی شدن مسئله امپراطوری هیوود[۳] حدسی را مطرح کرد که برای رنگ کردن نقشه‌های m-pire، $6m$ رنگ لازم و کافی می‌باشد. در سال‌های بعدی ریاضی‌دانان توانستند این حدس را تا $m = 4$ ثابت کنند ولی برای $m > 4$ این مسئله هنوز باز است. برای مسئله ماه و زمین نیز مشخص است که از آنجایی که نقشه‌های ماه و زمین زیرمجموعه‌ای از نقشه‌های 2-pire را تشکیل می‌دهند عدد رنگی آنها لزوما کمتر یا مساوی ۱۲ است. ولی اینجاست که به اصل مسئله می‌رسیم؛ اگر این عدد لزوما کمتر از ۱۲ است، آیا ممکن است بتوان با کمتر از ۱۲ رنگ تمامی این نقشه‌ها را رنگ کرد؟ این چیزی است که تا به امروز جواب آن را نمی‌دانیم. در شکل ۵ نقشه‌ای را می‌بینیم که به ۹ رنگ نیاز دارد پس می‌دانیم که عدد مورد نظر ما بین ۹ و ۱۲ است. ولی هنوز مثال‌هایی با عدد رنگی ۱۰، ۱۱ یا ۱۲ پیدا نشده و اثباتی هم برای عدم وجود آنها ارائه نشده است. زیبایی این مسئله از آنجایی نشأت می‌گیرد که ارتباطی عمیق و نزدیک با مباحث مربوط به توپولوژی دارد. می‌توان سطح درگیر در مسئله ماه و زمین را به جای کره، یک چنبره در نظر گرفت که در آن صورت ریاضیات متفاوتی نیاز خواهیم داشت. در واقع، تیلور[۴] اثبات کرده است که عدد رنگی نقشه‌های m-pire بر روی چنبره با یک سوراخ برابر با $6m + 1$ است. از مفهومی که به‌نظر می‌رسید کاملاً مربوط به دنیای گراف‌هاست شروع کردیم و درآخر سر از دنیای سطوح در آوردیم. زیبایی این مسئله دقیقاً در همین ارتباط میان مفاهیم است.
مسئله بعدی نیز قطعا جذاب خواهد بود؛ ترکیبی از الگوریتم‌ها، نظریه بازی‌ها و نظریه گراف!

[۳] Heawood
[۴] Taylor

A Gold-Grabbing Game

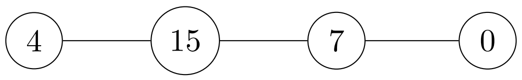
آلیس و باب[۵] می‌خواهند یک بازی انجام دهند. زمین بازی یک درخت[۶] T است که در هر کدام از رأس‌های آن مانند $v \in V(T)$ مقدار نامنفی‌ای طلا $g(v)$ قرار دارد. قوانین بازی به شرح زیر است:

۱. بازیکنان در هر نوبت یک برگ[۷] را انتخاب کرده، آن را حذف می‌کنند و طلای موجود در آن را برای خود برمی‌دارند.

۲. بازی زمانی تمام می‌شود که تمامی رأس‌های گراف حذف شده باشند و برنده بازیکنی است که مقدار طلای بیشتری داشته باشد.

حال سوال این است؛ الگوریتمی بهینه ارائه کنید که با گرفتن یک درخت به عنوان ورودی بیشترین طلای ممکن را به دست آورد.

واضح است که یک راه نوشتن تمام ترتیب‌های ممکن و مرتب کردن بر اساس میزان طلای برده شده است. ولی آیا این بهینه‌ترین الگوریتم است؟ بیایید یک حالت خاص را با هم بررسی کنیم. فرض کنید درخت ما به شکل یک خط با زوج عدد رأس باشد، به طور مثال داشته باشیم:

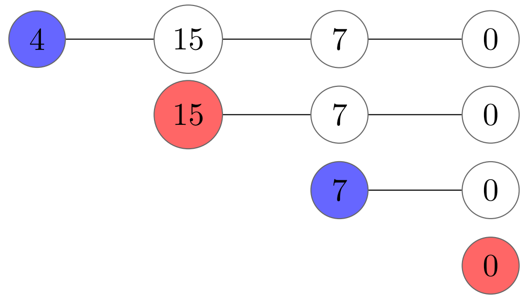


شکل ۶: اعداد داخل دایره‌ها میزان طلای موجود در هر رأس می‌باشد.

آلیس می‌خواهد اول بازی را شروع کند (در همه بازی‌ها آلیس شروع کننده است.) و ۲ انتخاب دارد. اولین چیزی که به ذهن می‌رسد این است که در هر مرحله آلیس رأس با طلای بیشتر را بردارد. اگر از این دید به مسئله نگاه کنیم و فرض کنیم در هر مرحله آلیس رأس با طلای بیشتر را برمی‌دارند بازی به طور آورده‌شده در شکل ۷ پیش خواهد رفت: با اینکه این روش در نگاه اول منطقی به نظر می‌رسید ولی می‌بینیم که در همه حالات جواب نمی‌دهد. حال قضیه‌ای را مطرح می‌کنیم.

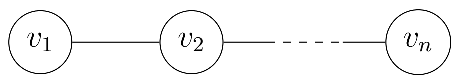
قضیه ۱. *اگر زمین بازی به صورت یک مسیر با زوج عدد رأس باشد، آلیس با انتخاب مناسب می‌تواند مطمئن شود که یا تمامی رأس‌های با اندیس فرد را برخواهد داشت یا تمامی رأس‌های زوج.*

[۵] در نظریه بازی‌ها معمولاً بازیکن اول را با حرف A و بازیکن دوم را با حرف B نمایش می‌دهند و به منظور سهولت انتقال مفاهیم به بازیکن اول با اسم Alice و بازیکن دوم با اسم Bob اشاره می‌کنند. این قرارداد در زبان انگلیسی حائز اهمیت است از آنجایی که می‌توان از ضمیرهای he/she برای اشاره به بازیکنان استفاده کرد.
[۶] درخت گرافی همبند است که فاقد دور باشد.
[۷] leaf vertex یا برگ، رأسی است که درجه آن برابر با ۱ باشد.



شکل ۷: نحوه پیشرفت بازی، در آخر آلیس که انتخاب‌هایش با رنگ آبی مشخص شده‌اند ۱۱ امتیاز و باب ۱۵ امتیاز دارد که باب برنده می‌شود.

اثبات. فرض کنید گراف ما n رأس دارد. رأس‌های گراف را از v_1 تا v_n نامگذاری کنید. خواهیم داشت



حال فرض کنید آلیس می‌خواهد مطمئن شود که تمامی رأس‌ها با اندیس فرد را به‌دست خواهد آورد. اگر آلیس رأس v_1 را انتخاب کند تنها رأس‌های قابل انتخاب برای باب رئوس v_2, v_n هستند که هر دو زوج می‌باشند. بعد از انتخاب هر کدام از آنها رأسی با اندیس فرد برای آلیس آزاد می‌شود که می‌تواند آن را بردارد؛ سپس دوباره دو رأس با اندیس‌های زوج برای باب باقی خواهد ماند. به همین ترتیب آلیس می‌تواند تمامی رئوس با اندیس فرد را اخذ کند. مشابهاً نشان داده می‌شود که آلیس می‌تواند مطمئن شود که تمامی رئوس زوج به او خواهند رسید. □

با استفاده از قضیه فوق می‌توانیم یک استراتژی برای این دسته از گراف‌ها مطرح کنیم: کافی است مجموع امتیازهای رئوس زوج و فرد را بدست آورده و با هم مقایسه کنیم. هر کدام که بیشتر بود مجموعه‌ای است که ما انتخابش می‌کنیم. به طور مثال در این بازی مجموع امتیازهای رئوس زوج برابر با $4 + 7 = 11$ است و رئوس فرد $15 + 0 = 15$، حال آلیس متوجه می‌شود که اگر در حرکت اول رأس با طلای 0 را بردارد می‌تواند پانزده امتیاز به دست آورده و برنده بازی شود. بسیار عالی، توانستیم برای یک دسته از گراف‌ها الگوریتمی مناسب بنویسیم که بدون نیاز به محاسبات سنگین همیشه جواب دهد. اما بقیه گراف‌ها چطور؟ اگر درخت ما پیچیده‌تر باشد و در هر مرحله بیشتر از ۲ انتخاب داشته باشیم باید چه کار کنیم؟ یک مقاله مرتبط [۴] است که قضیه زیر را اثبات می‌کند:

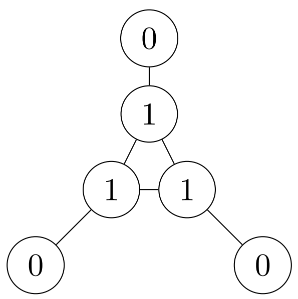
قضیه ۲. *در هر درخت آلیس می‌تواند حداقل یک چهارم کل طلا را به‌دست آورد.*

و [۵] این کران پایین را به حداقل نصف افزایش می‌دهد. یک سوال دیگر این است که اگر این بازی را به تمام گراف‌ها گسترش دهیم آنگاه وضعیت به چه صورت خواهد بود؟ تا کنون فقط بحث از درخت‌ها بود ولی می‌توانیم با قوانین زیر بازی را به هر گراف همبند گسترش دهیم:

۱. بازیکنان در هر نوبت یک رأس که حذف آن باعث ناهمبندی گراف نمی‌شود را انتخاب کرده، آن را حذف می‌کنند و طلای موجود در آن را برای خود برمی‌دارند.

۲. بازی زمانی تمام می‌شود که تمامی رأس‌های گراف حذف شده باشند و برنده بازیکنی است که مقدار طلای بیشتری داشته باشد.

حال می‌توانیم بازی را بر روی یک گراف دلخواه بررسی کنیم. مثلا گراف زیر را در نظر بگیرید:



شکل ۸: در این گراف بازیکن اول همیشه بازنده است!

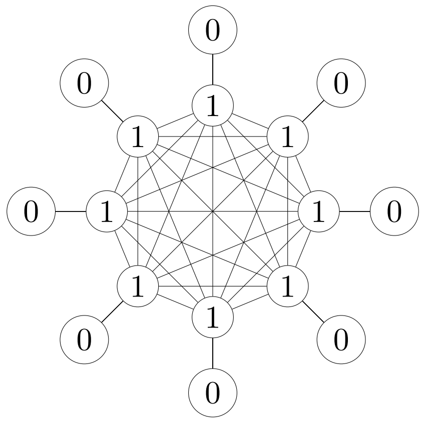
آلیس مجبور است یکی از رئوس با طلای صفر را انتخاب کند. حال باب می‌تواند رأس با درجه ۱ که آزاد شده است را انتخاب کرده و آلیس را مجبور کند تا باز رأسی با درجه صفر را انتخاب کند (چون انتخاب‌های دیگر گراف را ناهمبند می‌کنند) و بازی به همین ترتیب پیش می‌رود تا یک رأس از درجه ۱ و یک راس از درجه صفر باقی بماند و آلیس بالاخره یک امتیاز نسیب خود خواهد کرد. در نهایت اگر باب به بهترین نحو بازی کند به آلیس حداکثر یک امتیاز خواهد رسید. در حقیقت می‌توانیم این نتیجه را به تمامی گراف‌های ازین شکل گسترش دهیم. قضیه زیر را ببینید

قضیه ۳. *اگر زمین بازی به شکل یک گراف کامل*[۸] *با n رأس K_n باشد که به هر کدام از رأس‌های آن یک رأس درجه یک متصل شده است باب در صورت تمایل می‌تواند مطمئن شود که تمامی رأس‌های گراف کامل به‌جز یکی را به‌دست خواهد آورد.*

[۸] گراف کامل گرافی است که هر رأس آن به تمامی رئوس دیگرش متصل باشد، یا به عبارتی تمامی یال‌های ممکن رسم شده باشند.

اثبات. رأس‌های بیرونی را به صورت $a_1, \ldots, a_n$ و رأس‌های گراف کامل را به صورت $k_1, \ldots, k_n$ نام‌گذاری می‌کنیم. رأس‌های با اندیس برابر به هم متصل هستند؛ a_1 به k_1 متصل است و به همین ترتیب تا (a_n, k_n). آلیس با برداشتن یکی از رئوس بیرونی مانند a_m شروع می‌کند؛ سپس باب می‌تواند رأس k_m را حذف کند و آلیس را مجبور کند تا از میان رئوس بیرونی باقی‌مانده انتخاب کند. بازی به همین ترتیب پیش می‌رود تا یک رأس از گراف کامل و یک رأس بیرونی باقی می‌ماند که به هم متصل‌اند، حال آلیس می‌تواند رأس مانده از گراف کامل را انتخاب کند. □

از این قضیه می‌توانیم استفاده کنیم تا نشان دهیم در گراف زیر آلیس می‌تواند در بهترین حالت یک امتیاز کسب کند و باب برنده خواهد بود.



شکل ۹: در این گراف آلیس در بهترین حالت تنها یک امتیاز کسب می‌کند!

بسیار خب، تا الان کمی در مورد این بازی و قضایایی که می‌توان از آن استخراج کرد صحبت کردیم. همچنین می‌توانید برای مطالعه بیشتر به [۲] و [۱] مراجعه کنید. جذابیت این مسئله از آنجایی است که بررسی گراف‌ها و الگوریتم‌ها را به نظریه بازی‌ها متصل می‌کند، همانطور که دیدیم ساختار گراف می‌تواند تاثیرات مهمی بر استراتژی دو بازیکن داشته باشد و با بزرگ شدن گراف روش‌های مستقیم یا brute force به سرعت از دسترس خارج خواهند شد. همچنین مطالعات بر روی کران پایین و بالای امتیاز بازیکنان می‌تواند به حوزه‌هایی مانند احتمال و گراف‌های تصادفی مرتبط شود.
در این متن با هم دو مسئله باز را دیدیم و نتایجی را در مورد آنها به‌دست آوردیم، امیدواریم که این متن جذاب و آموزنده بوده باشد.

مراجع

[1] Boriboon, Sopon and Kittipassorn, Teeradej. The graph grabbing game on blow-ups of trees and cycles. *arXiv preprint arXiv:2007.11805*, 2020.

[2] Eoh, Soogang and Choi, Jihoon. The graph grabbing game on {0, 1}-weighted graphs. *Results in Applied Mathematics*, 3:100028, 2019.

[3] Gardner, M. Mathematical games. *Scientific American*, 242(2):14–23, 1980.

[4] MICEK, P. and WALCZAK, B. A graph-grabbing game. *Combinatorics, Probability and Computing, Cambridge University*, 20(4):623–629, 2011.

[5] Seacrest, D.E. and Seacrest, T. Grabbing the gold. *Discrete Mathematics*, 312(10):1804–1806, 2012.

هندسه‌ی فراکتال

Fractal Geometry

هستی برقراریان

هندسه [1] شاخه‌ای از ریاضیات است که مربوط به نقطه‌ها، خطوط، منحنی‌ها و سطوح می‌شود. در طول قرن سوم قبل از میلاد، اقلیدس [2] با در نظر گرفتن مجموعه‌ی کوچکی از بدیهیات جذاب و استنباط بسیاری از گزاره‌های دیگر از آن، هندسه را به صورتی بدیهی درآورد؛ صورتی که امروزه با نام هندسه‌ی اقلیدسی [3] شناخته می‌شود. قرن‌ها از هندسه‌ی اقلیدسی به عنوان یک ابزار مهم در حل مسائل هندسی و نجومی استفاده می‌شد. با این وجود، هندسه‌ی اقلیدسی در مطالعه‌ی الگوهای نامنظم و پراکندگی اطراف ما ناتوان است.

بنوا مندلبرات، [4] پدر هندسه فراکتال، دلیل فراتر رفتن از هندسه اقلیدسی را این‌گونه شرح میدهد:«چرا اغلب از هندسه به عنوان پایه‌ای سرد و خشک از ریاضیات یاد می‌شود؟! یک دلیل در ناتوانی آن برای توضیح شکل یک ابر، کوه، خط ساحلی، یا یک درخت است. ابرها کره نیستند، کوه‌ها مخروط نیستند، خطوط ساحلی دایره نیستند و پوست صاف نیست و هم‌چنین نور در خط صاف حرکت نمی‌کند.» مطالعه‌ی الگوهای نامنظم خارج از محدوده‌ی هندسه‌ی کلاسیک است و اقلیدس این‌ها را به عنوان «بی‌ریخت» [5] کنار گذاشته است. در قرن بیستم، مندلبرات، یک هندسه‌ی جدید به عنوان هندسه فراکتال را معرفی کرد که قادر است اشکال با الگوهای نامنظم و پراکنده را توصیف کند. هندسه فراکتال، مجموعه‌ی بزرگی از اشیا را در یک جا جمع می‌کند و ریاضیات کلاسیک قرن نوزدهم را از ریاضیات مدرن قرن بیستم جدا می‌کند. ریشه‌ی ریاضیات کلاسیک در حدود ساختارهای اقلیدس و دینامیک نیوتن [6] است؛ در حالی که ریاضیات مدرن، با نظریه‌ی مجموعه‌های کانتور [7] و خم فضاپرکن پئانو [8] آغاز می‌شود.

توپولوژی [9] یک شاخه‌ی کاملاً مشخص از ریاضیات است. با اینکه توپولوژی یک حوزه‌ی اصلی در ریاضیات است، قادر به توضیح تئوری فرم [10] نیست. توپولوژی، مطالعه‌ی خواص کیفی از اشیا است که تحت نگاشت‌های خاصی تغییر می‌کنند. به ویژه آن دسته از خواصی که تحت یک نوع خاص از نگاشت‌ها متفاوت‌اند. در توپولوژی، تمام سواحل جزیره‌ای از یک فرم هستند؛ زیرا همه‌ی آن‌ها از نظر توپولوژی همسان با دایره هستند. به طور مشابه همه‌ی گلدان‌ها با دو دسته، از نظر توپولوژیکی از یک فرم هستند؛ زیرا اگر هر دو بی‌نهایت انعطاف‌پذیر و قابل فشردن باشند، این‌ها را می‌توان به طور پیوسته و بدون بریده شدن هیچ قسمت باز و بسته‌ای از آن‌ها در هر قالب دیگری برد. برای آنکه فرم اشیای به طور توپولوژیکی همسان را از یک‌دیگر تمییز دهیم، مندلبرات فراتر از توپولوژی رفت و بعد فراکتال را پیشنهاد کرد.

در ریاضیات، بعد به طور کلی، کم‌ترین تعداد مختصات لازم برای تعیین هر نقطه در یک فضا یا شیء است. برای تعمیم مفهوم بعد، هاسدورف [11] و بسیکوویچ [12]، ایده‌ی هاسدورف–بسیکوویچ [13] را مطرح کردند. ما آن را با D نمایش می‌دهیم. به هر حال، مفاهیم بی‌نظمی یا پراکندگی، نمی‌توانند با تعریف بعدها به عنوان تعداد مختصات‌ها ساخته شوند. بدین ترتیب هندسه اقلیدسی به مجموعه‌هایی محدود شد که تمام ابعاد کاربردی و مفید با هم منطبق هستند؛ پس مندلبرات این‌ها را مجموعه‌های «از نظر ابعادی سازگار» [14] خواند. مفهوم بعد محدود به اشیای فیزیکی نمی‌شود. در مطالعه‌ی هندسه فراکتال، ابعاد دیگر با هم منطبق نیستند؛ در نتیجه این مجموعه‌ها «از نظر ابعادی ناسازگار» [15] نامیده می‌شوند. در اوایل قرن بیستم، کارل منگر [16]، لوییس اخبرتوس یان براوئر [17]، پاول اوریوسن [18] و هانری لبگ [19]، ایده‌ی بعد توپولوژیکی را معرفی کردند و ما آن را با DT نمایش می‌دهیم. هنگام کار روی فضای اقلیدسی، مقدار D و DT بین 0 و n است. به گفته‌ی مندلبرات، طبق تعریف، یک فراکتال مجموعه‌ای است که بعد هاسدورف – بسیکوویچ آن به شدت از بعد توپولوژیکی فراتر می‌رود. بعد DT همیشه یک عدد صحیح است اما

[1] Geometry
[2] Euclid
[3] Euclid Geometry
[4] Benoit B. Mandelbrot
[5] formless
[6] Newton
[7] Cantor's set theory
[8] Peano's space-filling curve
[9] Topology
[10] theory of Form
[11] Hausdorff
[12] Besicovitch
[13] Hausdorff-Besicovitch dimension
[14] dimensionally concordant
[15] dimensionally discordant
[16] Karl Menger
[17] L E J Brouwer
[18] Pavel Urysohn
[19] Henri Lebesgue

D نیاز به صحیح بودن ندارد و دو بعد نیاز به منطبق شدن ندارند. در عوض آن‌ها در نابرابری $D \geq DT$ صدق می‌کنند.

در هندسه اقلیدسی داریم:

$$D = DT$$

ولی در هندسه فراکتال داریم:

$$D > DT \ .$$

هر مجموعه‌ای که D در آن ناصحیح باشد، فراکتال است. برای مثال مجموعه‌ی کانتور اصلی یک فراکتال است؛ زیرا:

$$D = \frac{log2}{log3} \approx 0.6309$$

در حالی که:

$$DT = 0 \ .$$

یک فراکتال یک شکل هندسی خشن یا تکه‌تکه است که می‌تواند به بخش‌هایی تقسیم شود که هر بخش (حداقل تقریبا هر بخش) یک کپی در اندازه‌ای کاهش‌یافته از کل است. اصطلاح فراکتال، در سال ۱۹۷۵ توسط مندلبرات معرفی شد. فراکتال از واژه‌ی لاتین "fractus" به معنی «شکسته‌شده» یا «شکسته» گرفته شده است. یک فراکتال یک شکل نامنظم است و نمی‌تواند توسط جنبه‌های قدیمی هندسه‌ی اقلیدسی توضیح داده شود. یک فراکتال یک کیفیت یا شیء است که در همه‌ی مقیاس‌ها «خودهمانندی» [۲۰] دارد؛ حتی در مقیاس‌های کوچک دلخواه نیز ساختارهای خوبی دارد. این‌که فراکتال‌ها خودهمانند هستند یعنی یک فراکتال دقیقاً یا تقریباً همانند یک بخش از خودش است. در واقع خودهمانندی به این معنی است که اگر هر قسمت کوچک، بزرگ شود، می‌تواند یک قسمت بزرگ‌تر را بازتولید کند. از لحاظ ریاضی، یک فراکتال بر پایه‌ی معادله‌ای است که به طور مداوم تکرار می‌شود. طول یک خط ساحلی که با خط‌کش‌های مختلف اندازه‌گیری شده است، شاید یک مثال از فراکتال باشد. هر چه خط‌کش کوتاه‌تر باشد طول اندازه‌گیری‌شده طولانی‌تر می‌شود و این یک پارادوکس است که به «عنوان پارادوکس خط ساحلی» [۲۱] شناخته می‌شود. مثال‌هایی از فراکتال‌ها میان اشیایی درون طبیعت شامل ابرها، محدوده‌ی کوهستانی، پیچ و مهره‌های روشنایی، پوسته‌های برف، سبزیجات مختلف مانند گل‌کلم و بروکلی و الگوهای رنگ‌آمیزی حیوانات است که تا حدی خودهمانند هستند. با این وجود همه‌ی اشیای خودهمانند فراکتال نیستند. به عنوان مثال، خط واقعی مسلماً یک خودهمانند است اما ویژگی‌های دیگر یک فراکتال را ندارد. برای مثال تا حدی کافی منظم است که بتوان آن را با شرایط اقلیدس توصیف کرد.

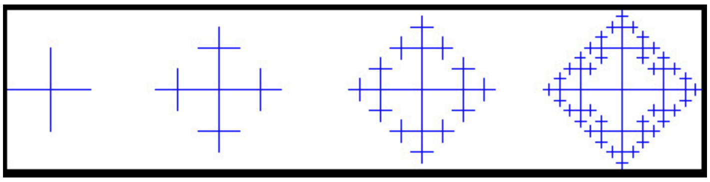
[20]self-similarity
[21]coastline paradox

از لحاظ ریاضی مجموعه‌ی کانتور [۲۲] ، مجموعه‌ی مندلبرات [۲۳] ، مجموعه‌ی جولیا [۲۴] ، مثلث سیرپینسکی، [۲۵] قالی سیرپینسکی، [۲۶] منحنی فضاپرکن، [۲۷] منحنی کوچ، [۲۸] اسفنج منگر [۲۹] و منحنی اژدها [۳۰] به عنوان مثال‌هایی از فراکتال‌ها به شمار می‌روند. سیستم‌های دینامیکی بی‌نظم [۳۱] نیز با فراکتال‌ها مرتبط هستند. آسان‌ترین فراکتال‌ها آن‌هایی هستند که مبتنی بر سیستم عملکرد تکراری‌اند. مجموعه‌ی کانتور، قالی سیرپینسکی، منحنی پئانو و اسفنج منگر مثال‌هایی از این نوع فراکتال‌ها هستند. این نوع فراکتال‌ها یک جایگزینی هندسی ثابت دارند. برخی فراکتال‌ها به جای فرایندهای قطعی توسط فرایندهای تصادفی ایجاد می‌شوند؛ این‌ها فراکتال‌های تصادفی [۳۲] نامیده می‌شوند. مسیرهای حرکت براونی [۳۳] مثالی از این دست است. فراکتال‌هایی موسوم به فراکتال‌های مدار [۳۴] نیز وجود دارند که با یک قاعده یا رابطه‌ی بازگشتی در هر نقطه از فضا تعریف می‌شوند. مثال‌هایی از این نوع فراکتال، مجموعه‌های مندلبرات و جولیا هستند. نوع دیگری از فراکتال‌ها هستند با عنوان «جذب کننده‌های غریب»، که با تکرار یک نگاشت یا حل یک سیستم مقدار اولیه‌ی معادلات دیفرانسیل که بی‌نظمی را به نمایش می‌گذارد به دست می‌آیند.

فراکتال‌ها اشکال هندسی‌ای هستند که با شروع یک الگوی ساده که از طریق اعمال یک قاعده یا قواعد خاص رشد می‌کنند، تولید می‌شوند. در بسیاری از موارد قواعدی که موجب تشکیل شکل هندسی می‌شوند، از مرحله‌ای به مرحله‌ی دیگر رشد می‌کنند که شامل گرفتن شکل هندسی و اصلاح یا افزودن به آن می‌شود. این مراحل می‌توانند

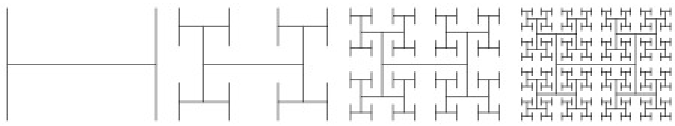
[22]Cantor set
[23]Mandelbrot set
[24]Julia set
[25]Sierpinski triangle
[26]Sierpinski carpet
[27]space filling curve
[28]Koch curve
[29]Menger sponge
[30]dragon curve
[31]Chaotic dynamical systems
[32]random fractals
[33]trajectories of Brownian motion
[34]orbit fractals

به صورت بازگشتی به تعداد نامحدود تکرار شوند. به طور مثال، اگر ما با یک علامت + شروع کنیم و آن را با افزودن یک علامت + دیگر این‌بار به اندازه‌ی نصف قبلی در انتهای هر چهار خط علامت گسترش دهیم و دقیقا همین مراحل را بارها به صورت بازگشتی تا حد دلخواه تکرار کنیم، به یک فراکتال می‌رسیم که در شکل زیر نشان داده می‌شود و به آن Plusses fractal گفته می‌شود:

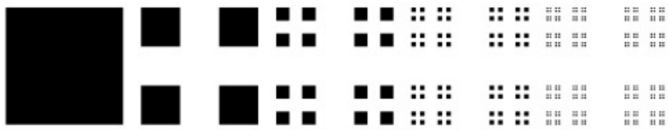


شکل ۱: Plusses fractal

در ادامه شکل‌هایی آورده می‌شوند که فراکتال هستند و می‌توانند به راحتی رسم شوند.



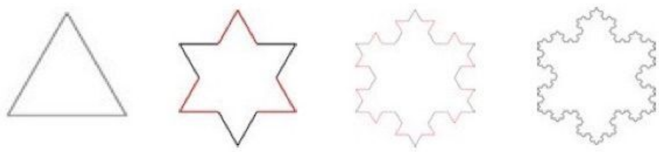
شکل ۲: H - fractal



شکل ۳: Cantor Square fractal

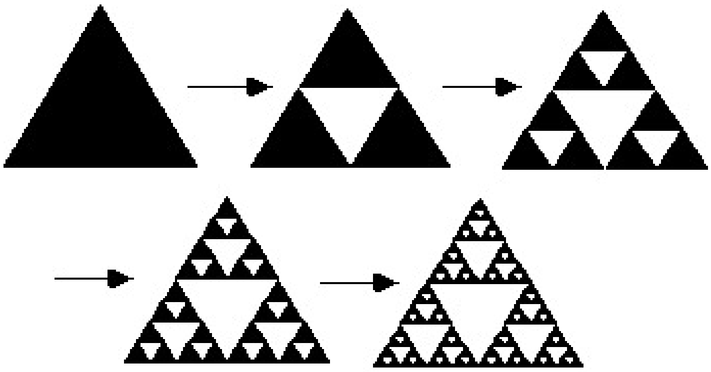
شکل ۴: Box - fractal

دانه‌ی برف که یکی از راحت‌ترین منحنی‌های فراکتال است، توسط ریاضی‌دان سوئدی [35] شرح داده شد.



شکل ۵: Koch snowflake

[35] Helge Von Koch



شکل ۶: Sierpinski triangle

مثلث سیرپینسکی نیز یک فراکتال است که پس از ریاضی‌دان لهستانی که آن را در سال ۱۹۱۵ شرح داد، Sierpinski نامیده‌شد.

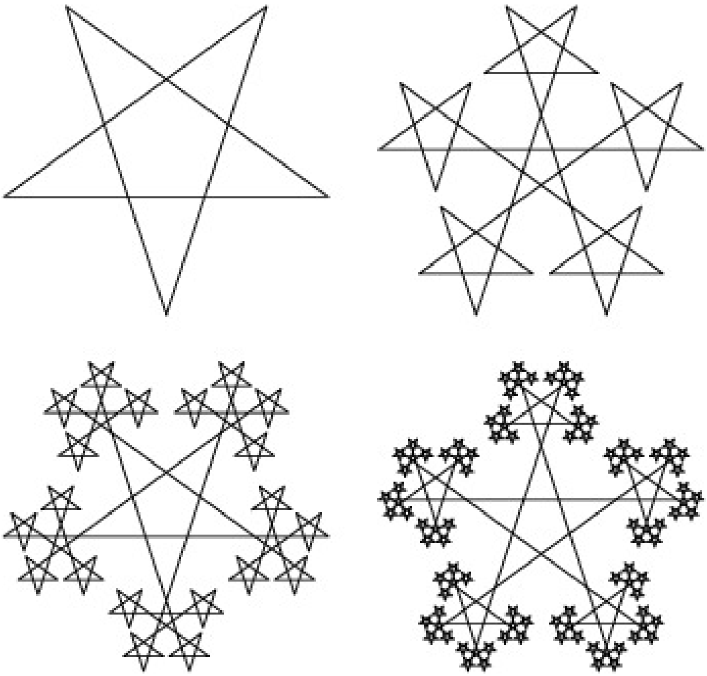
برای ساخت آن با یک مثلث دلخواه شروع می‌کنیم. برای سادگی فرض می‌کنیم که این مثلث مساحتی برابر با ۱ دارد. مثلث را از طریق وصل کردن نقطه‌ی میانی هر ضلع به نقطه‌ی میانی ضلع بعد به چهار مثلث تقسیم می‌کنیم. می‌دانیم که هر چهار مثلث تولید شده مساحت یکسانی دارند. سپس مثلث وسط را حذف می‌کنیم. قرارداد می‌کنیم که هرگز اضلاع مثلث میانی را حذف نمی‌کنیم و تنها قسمت درونی آن را حذف می‌کنیم و برای هر مثلث باقی‌مانده، مثلث را به چهار مثلث کوچک‌تر تقسیم می‌کنیم؛ سپس مثلث میانی را حذف می‌کنیم. این همان خودهمانندی است. اگر وانمود کنیم که هر بار تنها یکی از این مثلث‌ها را می‌بینیم، همان کاری را با هر یک انجام می‌دهیم که با مثلث اصلی انجام دادیم و تنها مقیاس تغییر کرده است. با همین روش تا تکرار مثلث سوم و چهارم پیش می‌رویم. توجه داشته باشید که شکل آخر سه کپی از شکل قبل خود دارد؛ اما در اندازه‌ی کوچک‌تر. ادامه‌ی همین روند به طور بی‌پایان باعث ایجاد مثلث سیرپینسکی می‌شود. حال می‌خواهیم بدانیم که مساحت آن چقدر است. به عبارات زیر توجه کنید:

$$A_0 = 1, A_1 = \frac{3}{4} \times 1, A_2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 1$$

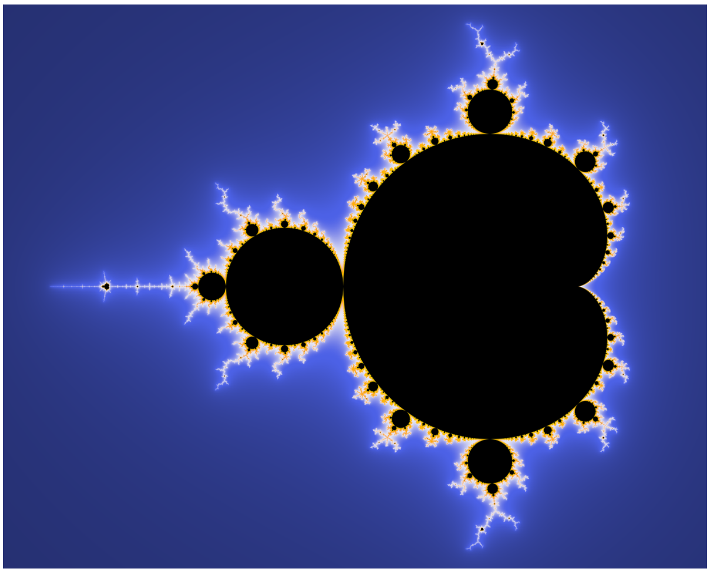
به وضوح عبارت $A_n = (\frac{3}{4})^n \times 1$ اندازه‌ی دلخواه کوچک می‌شود، اگر n را به اندازه‌ی کافی بزرگ کنیم؛ و این یعنی مثلث سیرپینسکی مساحتی برابر با صفر دارد.

همچنین می‌توانیم محیط مثلث سیرپینسکی را هم پیدا کنیم. اندازه‌ی محیط n –امین شکل جمع محیط همه‌ی مثلث‌های کوچک‌تر در n –امین مرحله است. می‌توانیم به راحتی نشان دهیم که این عدد به دلخواه بزرگ می‌شود اگر n را به اندازه‌ی کافی بزرگ کنیم و این یعنی شکل مورد نظر محیط بی‌نهایت دارد.

فراکتال‌ها بسیار کاربردی هستند.



شکل ۷: Star - fractal



شکل ۸: Mandelbort set

گرافیک کامپیوتری یکی از کاربردهای اولیه از فراکتال‌ها هستند. فراکتال‌ها زیبا هستند و به فضای ذخیره‌سازی بسیار کمی نیاز دارند.

یک فراکتال می‌تواند برای شناسایی ویژگی‌های ساخته‌شده توسط انسان در نقشه‌برداری‌های هوایی و ردیابی زیردریایی‌ها استفاده شود. دانشمندان از هندسه فراکتال برای یافتن مکان نفت، شناسایی گسل‌های زمینی و امکان پیش‌بینی زمین‌لرزه استفاده می‌کنند. مدل‌های آماری که از هندسه فراکتال استفاده می‌کنند، برای آزمایش بارگذاری تنش در سکوهای نفتی و اثرات تلاطم و عدم تعادل هواپیما استفاده می‌شوند. باران اسیدی و خوردگی می‌تواند توسط هندسه فراکتال مدل شود. کیهان خودهمانندی بسیار گسترده است و می‌توان آن را بر اساس فراکتال‌های خوشه‌ای [۳۶] مورد مطالعه قرار داد. حتی تئوری بیگ‌بنگ [۳۷] و پی‌بردن به ساختار کیهان هم می‌تواند با کمک هندسه فراکتال‌ها گسترش بیابد.

ادوارد نورتون لورنتس [۳۸] کشف کرده است که هوا (که رفتاری بسیار بی‌نظم دارد) الگوهای فراکتال می‌سازد. او بر اساس کار خود، مفهوم «جاذبه غریب» [۳۹] را ارائه داد و اصطلاح «اثر پروانه‌ای» [۴۰] را ایجاد کرد.

یکی از کاربردهای بسیار عجیب فراکتال‌ها در تبدیل الگوهای هندسی به الگوهای صوتی است. فراکتال‌ها در چشم اندازهای فیلم‌ها، در بافت پوست دایناسورها و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای مثال قطره‌های باران روی پوست دایناسورها در «پارک ژوراسیک» [۴۱] با استفاده از مدل دایناسورها ساخته شده بود. فراکتال‌ها به طور شگفت‌انگیزی در فیلم‌های «پیشتازان فضا ۲: خشم خان» [۴۲] و«بازگشت جدای» [۴۳] استفاده شده‌اند. این موضوع توجه بسیاری از هنرمندان و تهیه‌کنندگان فیلم‌های علمی را برای استفاده از فراکتال‌ها به خود جلب کرد.

مندلبرات کاربردی از فراکتال‌ها را در تئوری اطلاعات، اقتصاد، کیهان‌شناسی و دینامیک سیالات استفاده کرد. او دریافت که تغییرات قیمت بازارهای مالی از توزیع گوس [۴۴] پیروی نمی‌کنند؛ بلکه از توزیع پایدار لوی [۴۵] با واریانس بی‌نهایت پیروی می‌کنند.

همچنین فراکتال‌ها در هنر، معماری، منسوجات و مجسمه‌سازی رایج هستند. با استفاده از تکنیکی به نام Decalcomania هنرمندان می‌توانند فراکتال‌هایی مانند الگوها را تولید کنند.

در صنعت فنر از هندسه فراکتال برای آزمایش سیم فنر در ۳ دقیقه به جای ۳ روز استفاده می‌شود.

فراکتال‌ها همچنین در مطالعه‌ی واکنش‌های شیمیایی، آناتومی انسان، گیاهان، کشت باکتری‌ها و مولکول‌ها و ... استفاده می‌شوند.

هندسه فراکتال کاربردهای وسیع و دور از دسترسی هم در علوم پزشکی دارد به‌طوری‌که در مطالعه و درمان ریه‌ها، ایدز، سرطان، شکستگی استخوان و ضربان قلب استفاده می‌شود.[۱][۲]

---

[36] cluster fractals
[37] big bang theory
[38] Edward Nortan Lorenz
[39] strange attractor
[40] butterfly effect
[41] Jurassic Park
[42] Star Trek II : The Wrath of Khan
[43] Return of Jedi
[44] Gaussian distribution
[45] Levy stable distribution

مراجع

[1] Chen, Yong and Chen, Ling. Fractal geometry. *EARTHQUKE BULISHER,(5-7)*, 1998.

[2] Pant, Dr Vyomesh and Pant, Poonam. Fractal geometry: An introduction. *Journal of Indian Research*, 1(2):66–70, 2013.

ریاضی‌دانی که حدس ۸۰ ساله را رد کرد

سهیل حقیقی

یک محقق فوق‌دکترا در تقارن‌های یک شکل بلوری(کریستال)، به یک مثال نقض برای یک حدس بنیادی دربارهٔ وارون‌های ضربی دست یافته است.

در ۲۲ فوریه، یک ریاضی‌دان فوق‌دکترا به نام جایلز گاردم (Giles Gardam) یک سخنرانی آنلاین یک‌ساعته راجع به حدس یکال (unit) (یک سوال بنیادی ولی گیج‌کنندهٔ جبر که بیش از ۸۰ سال بی‌پاسخ بود.) ارائه داد. او به دقت تاریخچهٔ این حدس و دو حدس مشابه را بیان کرد و ارتباطشان را با اعمال جبری قدرتمندی به نام K-theory شرح داد. سپس، در دقایق پایانی ارائه‌اش، مهم‌ترین مطلب را گفت.

او گفت: «من تقریباً در آخر صحبتم هستم و وقت آن است که مطلبی تازه را به شما بگویم. واقعاً خوشحالم که امروز می‌توانم برای اولین بار اعلام کنم که حدس یکال نادرست است.»

گاردم نپذیرفت که به شنوندگان بگوید چگونه مثال نقضی را که مدت‌ها ریاضی‌دانان به دنبال آن بودند، پیدا کرده‌بود (فقط تایید کرد که شامل جستجوی کامپیوتری بود.) او به مجله کوانتا (quanta) گفت که در عرض چند ماه جزئیات بیش‌تری را به اشتراک می‌گذارد. ولی فعلاً گفت: «من هنوز خوش‌بینم که شاید ترفندهای بیش‌تری باقی‌مانده‌باشند که بتوانم با استقاده از آن‌ها نتایج بیشتری به دست آورم.»

مسئله‌ای که گاردم حل کرد، به سوالی مربوط است که آنقدر ساده هست که بتوان آن را به دانش‌آموزان دبیرستانی توضیح داد: در یک خانوادهٔ بزرگ از ساختارهای جبری، کدام اعضا وارون ضربی دارند؟

وارون‌های ضربی جفت‌هایی هستند که حاصل‌ضربشان 1 است. مثل 7 و $\frac{1}{7}$. ولی حدس یکال فقط دربارهٔ وارون‌های ضربی اعداد معمولی نیست، بلکه مربوط به وارون‌های ضربی «گروه‌های جبری» است، ساختاری که یک دستگاه اعداد (مثل اعداد حقیقی، یا برخی حساب‌های خاص به سبک ساعت) را با یک گروه (دسته بندی‌ای گسترده شامل دسته‌های ماتریس‌ها، تبدیل‌های متقارن و خیلی اشیا دیگر) ترکیب می‌کند.

داخل چنین ساختاری، ریاضی‌دان‌ها بیش از هشتاد سال پیش حدس زدند که فقط ساده‌ترین عناصر می‌توانند وارون ضربی داشته باشند. در اواسط قرن بیستم محققان از محاسبات دستی شدیدی استفاده کردند و به دنبال عناصر پیچیده‌تر دارای وارون ضربی، این جبرهای گروهی را شخم زدند، ولی نه توانستند حدس را اثبات کنند و نه مثال نقضی پیدا کنند.

در طول دهه‌ها، حدس یکال و دو حدس مشابهش طبق گفتهٔ داوید کیلاک (Dawid Kielak) از دانشگاه آکسفورد، «ناامیدکننده تلقی می‌شدند.» اما حتی بعد از اینکه خیلی از ریاضی‌دانان از اثبات سه حدس دست کشیدند، آن‌ها به نقل از کیلاک «همیشه به نوعی در پس زمینه»ی جستجوی جبری ماندند. و این به حد زیادی به لطف ارتباط عمیقشان با K-theory بود.

حالا گاردم، از دانشگاه منچستر، حدس یکال را با پیدا کردن «یکال»های غیرعادی عناصری (با وارون ضربی) در یک جبر گروهی متشکل از تقارن‌های یک شکل خاص سه‌بعدی بلورشناسی نقض کرده است. پیتر کروفولر (Peter Kropholler) از دانشگاه ساوت‌همپتون، در این باره گفت: «این یک کار شگفت‌آور است.»

پیش از کار گاردم، در نبود یک مثال نقض یا یک اثبات فراگیر، ریاضی‌دانان با جدیت روی حل کردن سه حدس (یا بعضی از نتایج دست پایین آن‌ها) در حالات خاص کار می‌کردند. که اغلب شامل کارهای قدرتمند ولی پرزحمت K-theory بود. کروفولر می‌گوید کشف یک مثال نقض توسط گاردم برای حدس یکال به طرز عجیبی اطمینان‌بخش است، چون اظهار می‌کند که این کار سخت واقعا لازم بوده‌است.

او، حالا که می‌دانست حدس یکال به طور کلی درست نیست، گفت: «اساساً این سوال آزاردهنده همیشه وجود داشت: اگر اثباتی برای حدس یکال داشتیم، آیا کارمان بسیار ساده‌تر نمی‌شد؟» و سپس منظورش را این‌گونه توضیح داد: «همهٔ کارهای پیچیده‌ای که ما انجام دادیم تا مجبور نباشیم اثباتی برای حدس یکال پیدا کنیم، ارزش انجام دادن را داشتند.»

حالا وظیفهٔ محققان درک قوانین پشت یکال‌های پیچیدهٔ گاردم است. کیلاک گفت: «خیلی هیجان انگیز است. ما در زمانی هستیم که دریچه‌های سد باز شده‌اند و حالا دوباره هر چیزی ممکن است.»

ساده شدن‌های غیرمنتظره

حدس یکال متکی بر جهان گستردهٔ نظریهٔ گروه است که

جایزل گاردم، سال ۲۰۱۹ در دانشگاه مونستر آلمان

مجموعه‌هایی را مطالعه می‌کند که روش‌هایی برای «ضرب» کردن دو عنصر و به دست آوردن یک عنصر جدید دارند. تا زمانی که عمل ضرب به طور معقولی خوش‌برخورد باشد، فقط دو شرط دیگر برای گروه شدن یک مجموعه وجود دارد: مجموعه باید دارای عنصری خاص (که معمولاً با 1 نشان داده می‌شود) باشد که وقتی عناصر دیگر در آن ضرب می‌شوند، آن‌ها را تغییر ندهد و هر عنصر g باید یک وارون ضربی (که g^{-1} نوشته می‌شود) داشته باشد، به طوری که g ضرب در g^{-1} برابر 1 شود. (حدس یکال وقتی وارد بازی می‌شود که به قلمرو جبر گروهی وارد شویم که گروه را با یک دستگاه ضرایب عددی ترکیب می‌کند و عناصری ظاهر می‌شوند که فاقد وارون ضربی هستند.)

دنیای گروه‌ها بی‌کران است: گروه‌های ماتریس‌ها (آرایه‌هایی از اعداد) و گروه‌های تبدیل‌های متقارن، گروه‌هایی که تعداد سوراخ‌های داخل یک شکل یا چیدمان‌های متفاوت یک دست کارت را بررسی می‌کنند و گروه‌هایی که در فیزیک و رمزنگاری و بسیاری حوزه‌های دیگر به وجود می‌آیند.

در بسیاری از گروه‌ها، فقط یک عملیات محاسباتی بامعنی وجود دارد. ولی ماتریس‌ها متفاوتند: علاوه بر ضرب کردن آن‌ها، همچنین می‌توانیم آن‌ها را جمع کنیم یا یک ضریب عددی را در ماتریس ضرب کنیم. ماتریس‌ها کلید درک اشیای خطی و تبدیل‌ها هستند و به خاطر این ویژگی، ریاضی‌دانان و فیزیک‌دانان اغلب با پیدا کردن راه‌هایی برای نشان دادن عناصر گروه‌های دیگر به شکل ماتریس، به درک خوبی از این گروه‌ها دست پیدا می‌کنند.

حدود یک قرن پیش، نظریه‌پردازان گروه‌ها شروع به پرسیدن این سوال کردند: اگر قرار باشد عناصر یک گروه را با ماتریس‌ها نشان دهیم، چرا بعضی خواص خاص ماتریس‌ها را وارد ساختار گروه اصلی نکنیم؟ به ویژه، چرا راجع به جمع کردن عناصر گروه با یکدیگر یا ضرب کردن آن‌ها در اعدادی از یک سیستم عددی صحبت نکنیم؟ به هر حال، اگر a و b دو عنصر از گروه باشند، می‌توان مجموع‌هایی مثل $\frac{1}{2}a+7b$ یا $4a^3-2ab^2$ را حداقل نوشت.

این مجموع‌ها اغلب از دیدگاه گروه اصلی بی‌معنی اند. صحبت کردن راجع به یک‌دوم یک چیدمان یک دست کارت به‌اضافهٔ هفت برابر چیدمانی دیگر بی‌معنی است. با این حال می‌توانیم اعمال جبری را روی این مجموع‌های قرارداد شده پیاده کنیم. ریاضی‌دانان مجموعهٔ این مجموع‌های قراردادی را «جبر گروهی» می‌نامند و گاردم در ایمیلی دربارهٔ این ساختار، که گروه و دستگاه ضرایب عددی را در هم می‌تند، نوشته‌است: «این ساختار اطلاعات مربوط به نماینده‌های ماتریسی گروه را در یک شیء جمع می‌کند.»

از بسیاری جهات، عناصر جبر گروهی به چندجمله‌ای‌های آشنای دبیرستان شباهت دارند: عبارت‌هایی چون x^2-4x+5 یا $3x^3y^5+2$. اما یک تفاوت کلیدی وجود دارد. اگر دو چندجمله‌ای را در هم ضرب کنیم، بعضی جمله‌ها ممکن است پس از ساده‌سازی حذف شوند، ولی جملهٔ با بیش‌ترین توان هیچوقت حذف نمی‌شود. مثلا:

$$(x-1)(x+1)=x^2+x-x-1$$

در این جا، هرچند x و $-x$ هم‌دیگر را حذف می‌کنند، اما جملهٔ x^2 حذف نمی‌شود (1 هم همینطور) تا عبارت x^2-1 تولید شود. ولی در جبر گروهی، روابط بین عناصر گروه ممکن است منجر به ساده سازی‌های اضافی شود که پیش‌بینی آن‌ها سخت است.

برای مثال، فرض کنید گروهمان مجموعه تبدیلات متقارن حرف A باشد. این گروه فقط دو عضو دارد: تبدیلی که هر نقطه‌ای را سر جای خودش باقی می‌گذارد (عضو 1 گروه) و بازتاب نسبت به محور عمودی مرکزی (که می‌توانیم آن را r بنامیم). دو بار بازتاب کردن، هر نقطه را به مکان اولیهٔ خود می‌برد، پس در زبان ضرب گروهمان، r ضرب‌در r مساوی است با 1. این رابطه، منجر به نتایج غیرمنتظرهٔ مختلفی در جبر گروهی می‌شود؛ مثلا، اگر $r+2$ را در $\frac{-r}{3}+\frac{2}{3}$ ضرب کنیم، تقریباً همه چیز ساده می‌شود و فقط ۱ می‌ماند:

$$\begin{aligned}(r+2)(\frac{-r}{3}+\frac{2}{3}) &= \frac{-r^2}{3}+\frac{2r}{3}-\frac{2r}{3}+\frac{4}{3}\\ &= \frac{-r^2}{3}+\frac{4}{3}=1\end{aligned}$$

(چون $r^2=1$). به عبارت دیگر، $r+2$ و $\frac{-r}{3}+\frac{2}{3}$ وارون‌های ضربی یکدیگرند.

در سال ۱۹۴۰، یک جبردان به نام گراهام هیگمن (Graham Higman) در تز دکترای خود حدسی جسورانه زد: این حالت ساده شدن‌های پیچیده تنها در صورتی اتفاق خواهد افتاد که گروهی که برای ساختن جبر گروهی استفاده می‌شود، شامل عناصری باشد که بعضی توان‌هایشان برابر 1 شود، مانند r در مثال بالا. او مطرح کرد که در تمام گروه‌های دیگر، درحالی که عناصر تک‌جمله‌ای مثل $7a$ یا $8b$ می‌توانند وارون ضربی داشته باشند (و دارند)، مجموع‌هایی با چند جمله مانند $r+2$ یا $3r-5s$ هیچ‌وقت نمی‌توانند وارون ضربی داشته باشند. از آن جایی که به عناصرِ دارای وارون ضربی، یکال می‌گوییم، فرضیهٔ هیگمن به عنوان حدس یکال شناخته شد.

طی چند دههٔ اخیر، ایروینگ کاپلانسکی (Irving Kaplansky)، یکی از ریاضی‌دانان برجستهٔ قرن بیستم، این حدس را همراه با دو حدس دیگر جبر گروهی، به نام‌های حدس مقسوم علیه صفر (zero divisor) و حدس خودتوان (idempotent) رواج داد و این سه حدس به عنوان حدس‌های کاپلانسکی شناخته شدند. جمعاً، این سه حدس مطرح می‌کنند که جبرهای گروهی به طور خیلی اساسی از جبری که از ضرب کردن اعداد یا چندجمله‌ای‌ها به آن عادت کرده‌ایم، متفاوت نیست. ولی طبق گفتهٔ کیلاک، هرچند کاپلانسکی توجه‌ها را به‌این سه حدس جلب کرد، اما دلیل خاصی وجود ندارد که فکر کنیم آن‌ها را باور داشته است.

به هر حال در آن زمان شواهد کمی موجود بود. که اگر هم بود، یک دلیل فلسفی برای باور نکردن حدس‌ها وجود داشت: گفته می‌شود ریاضی‌دان، میخائیل گروموف، مشاهده کرده‌است که دامنهٔ گروه‌ها آنقدر گوناگون است که هر بیان وسیع و جامع دربارهٔ گروه‌ها، تقریباً همیشه اشتباه است. مگر اینکه دلیل واضحی برای درستی‌اش وجود داشته باشد.

کیلاک می‌گوید: «پس کاپلانسکی خیلی جسور بود که حدس واحد را ترویج داد.» او می‌گوید: «هدف این بود که افراد دیگر را تحریک کند تا مثال‌های هوشمندانه‌ای ارائه دهند.» اما ریاضی‌دانان با وجود تلاش‌های بسیار، نتوانستند مثال نقضی ارائه دهند. در نبود مثال نقض، کیلاک می‌گوید: «شما فکر می‌کنید که یک چیز عمیق‌تر در جریان است- که یک سری قاعدهٔ بنیادین وجود دارد که ما از آن‌ها بی‌خبریم.»

مجموع‌های فروریز

در طول نیمهٔ دوم قرن بیستم، به نظر یک کاندید برای آن ”چیز عمیق‌تر“ ظهور کرد: نظریهٔ K - جبرها، یک ساختمان وسیع که از ناورداهایی از گروه که به سختی محاسبه می‌شوند، استفاده می‌کند تا جبر و خیلی از مباحث ریاضی که آن‌ها را می‌شناسیم، مثل توپولوژی یا نظریه اعداد، را با هم متحد کند. به عنوان مثال، با استفاده از K-theory ، محققان توانستند حدس یکال را به این سوال مربوط کنند که یک شکل توپولوژیکی چه موقع می‌تواند فقط با استفاده از حرکاتی تعیین شده، به شکل دیگری تبدیل شود.

محققان توانستند نشان بدهند که برخی حدس‌های خاص قوی ولی اثبات نشدهٔ K-theory حدس‌های مقسوم علیه صفر و خودتوان را نتیجه می‌دهند و دلیل عمیق بالقوه‌ای برای درستی آن‌ها ارائه می‌دهند. ولی آن‌ها نمی‌توانستند همین کار را با حدس یکال، که از دو حدس دیگر قوی‌تر بود، انجام دهند. ولفگانگ لوک (Wolfgang Lück)، از دانشگاه بن، سخت تلاش کرد تا اثبات کند حدس یکال از حدسی در K-theory به نام حدس فارل-جونز (Farrell-Jones) نتیجه می‌شود. او می‌گوید: «من هیچ‌وقت نتوانستم این را اثبات کنم. با خودم فکر می‌کردم که آیا احمقم؟»

با این اوصاف، ریاضی‌دانان می‌توانستند حدس یکال را برای خیلی کلاس‌های خاص از گروه‌ها، با نشان‌دادن این که آن گروه‌ها خاصیتی شبیه به مفهوم بیشترین توان در چندجمله‌ای‌ها دارند، اثبات کنند. ولی محققان گروه‌های معدودی را هم می‌شناختند که این خاصیت را نداشتند. یک مثال سادهٔ آن گروه هانش-ونت (Hantzsche-Wendt) است. این گروه، حاوی تقارن‌های شکلی است که فیزیک‌دانان آن را یک مدل ممکن برای شکل جهان در نظر گرفته‌اند و با چسباندن وجه‌های یک کریستال سه‌بعدی ساخته شده‌است. در مقایسه با گروه‌های دیگر، به گفتهٔ تیموتی رایلی (Timothy Riley) از دانشگاه کرنل، این مثال «به طرز قابل‌توجهی متعارف است.»

گروه هانش-ونت برای جستجوی مثال نقض حدس یکال، جای مفیدی به نظر می‌رسید. ولی انجام دادن آن، اصلاً کار سرراستی نبود: گروه هانش-ونت نامتناهی است. پس حتی برای مجموع‌های کوچک در جبر گروهی بی‌نهایت حالت ممکن وجود دارد. در سال ۲۰۱۰ دو ریاضی‌دان نشان دادند که اگر مثال نقضی در این گروه باشد، در بین مجموع‌های ساده نخواهد بود.

حالا گاردم در یک جبر گروهی ساخته شده از گروه هانش-ونت، یک جفت وارون ضربی پیدا کرده است که هرکدام ۲۱ جمله دارند. پیداکردن این جفت، نیازمند یک جست‌وجوی کامپیوتری پیچیده بود، ولی با محاسبهٔ دستی می‌توان تایید کرد که آن‌ها واقعا وارون ضربی یکدیگرند. فقط باید آن‌ها را در هم ضرب کنیم و بررسی کنیم که ۴۴۱ جملهٔ به‌دست‌آمده ساده می‌شوند و به 1 می‌رسند. کروفولر می‌گوید: «همه

چیز فرو می‌ریزد، بسیار شگفت‌انگیز است.»

لوک حالا می‌داند که چرا هیچ‌وقت نمی‌توانست اثبات کند حدس فارل-جونز، حدس یکال را نتیجه می‌دهد: حدس فارل-جونز در گروه هانش-ونت صادق است، ولی حدس یکال در آن نادرست است. او می‌گوید: «حالا فهمیدم که احمق نبودم.»

چگونه یک مقاله‌ی علمی را بخوانیم؟

یحیی پورسلطانی

محققان، زمان زیادی را صرف خواندن مقالات تحقیقاتی می‌کنند. این درحالی است که مهارت نحوه‌ی صحیح مطالعه‌ی مقالات علمی، به ندرت آموزش داده می‌شود و عدم رعایت نکات صحیح در خصوص آن، منجر به تلاش بیهوده و اتلاف زمان زیادی می‌شود. این مقاله یک روش عملی و کارآمد، به نام روش سه‌گذری [1] را برای خواندن مقالات تحقیقاتی مطرح می‌کند. همچنین، در پایان توضیح می‌دهیم که چگونه از این روش، برای ساخت یک مرور بر ادبیات موضوع [2] ، استفاده کنیم. این مقاله، توسط جمعی از اساتید دپارتمان علوم کامپیوتر دانشگاه واترلو [3] نوشته شده‌است. اصل مقاله، در وبسایت شخصی دکتر رامان رامسین (عضو محترم هیئت علمی دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر دانشگاه صنعتی شریف) موجود است. در این نوشتار، با اندکی تخلص و تصرف، سعی کرده‌ایم که خلاصه‌ای از این مقاله را برای شما، ترجمه کنیم و امیدواریم در انجام کارهای تحقیقاتی، از آن استفاده کنید.

مقدمه

محققان مقالات را به چند دلیل می‌خوانند:

۱. بررسی آن‌ها برای یک کنفرانس یا یک کلاس.

۲. بروزرسانی دانش خود در رشته‌ی تخصصی خود.

۳. بررسی تحقیقات صورت گرفته، پیرامون یک زمینه‌ی تحقیقاتی. (مرور ادبی)

به دلایل بالا، بسیاری از محققان، احتمالا سالانه صدها ساعت را صرف خواندن مقالات می‌کنند. یادگیری مهارت خواندن موثر یک مقاله، یک مهارت حیاتی است، اما به ندرت آموزش داده می‌شود. بنابراین، دانشجویان و فارغ‌التحصیلان باید به تنهایی و با استفاده از آزمون و خطا، این مهارت را یاد بگیرند. بسیاری از دانشجویان، در این فرآیند وقت زیادی را صرف می‌کنند و اغلب دچار سرخوردگی می‌شوند. سال‌ها است که من (نگارنده‌ی مقاله) از یک رویکرد ساده «سه‌گذری» برای جلوگیری از غرق شدن در جزئیات یک مقاله استفاده می‌کنم. قبل از مطالعه‌ی مقاله، سعی می‌کنم که یک نما، مانند زاویه‌ی نگاه یک پرنده (از بالا) نسبت به مقاله به‌دست آورم. این کار، به من این امکان را می‌دهد تا میزان زمان مورد نیاز را برای مرور مجموعه‌ای از مقالات، برآورد کنم. علاوه بر این، من می‌توانم عمق ارزیابی مقاله را، بسته به نیازهایم و این که چقدر زمان دارم، تنظیم کنم. این مقاله این رویکرد و کاربرد آن در نگارش یک مرور ادبی را توصیف می‌کند.

رویکرد سه‌گذری

ایده کلیدی، این است که شما باید به جای آن‌که مقاله را از ابتدا شروع کنید و راه خود را تا انتهای آن ادامه دهید، خواندن آن را به سه گذر بشکنید و آن را در سه گذر بخوانید؛ هر گذر، اهداف خاصی را محقق می‌کند و براساس گذر قبلی ایجاد می‌شود: گذر اول یک ایده کلی در مورد مقاله به شما می‌دهد. گذر دوم به شما اجازه می‌دهد که محتوای مقاله را درک کنید، اما جزئیات آن را نه. گذر سوم به شما کمک می‌کند مقاله را به طور عمیق درک کنید.

اولین گذر

اولین گذر، شامل یک اسکن سریع (مرور سریع) برای به‌دست آوردن نمای کلی مقاله است؛ همچنین می‌توانید تصمیم بگیرید که آیا نیاز به انجام گذرهای بعدی دارید یا خیر. این گذر، باید حدود ۵ تا ۱۰ دقیقه طول بکشد و شامل مراحل زیر باشد:

۱. با دقت عنوان، چکیده و مقدمه را بخوانید.

۲. عنوان بخش‌ها و زیربخش‌ها را بخوانید، اما کاری به متن ذیل آن‌ها نداشته باشید و آن‌ها را نادیده بگیرید.

۳. به محتوای ریاضی زیربخش‌ها نگاهی بیندازید و بسنجید که تا چه حدی با مبانی ریاضیاتی به کار رفته در مقاله، آشنا هستید و یا تا چه حدی باید با آن‌ها آشنا شوید؟

۴. نتیجه‌گیری پایانی مقاله را بخوانید.

۵. در پایان مقاله، به ارجاعات (منابع) نگاه کنید و آن‌هایی را که قبلا خوانده‌اید تیک بزنید.

در انتهای اولین گذر، شما باید در خصوص ۵ مورد زیر بتوانید پاسخگو باشید:

[1] Three Pass
[2] Litriture Riview
[3] S. Keshav and David. R

مقوله این چه نوع مقاله‌ای است؟ یک مقاله اندازه‌گیری؟ تجزیه و تحلیل یک سیستم موجود؟ توصیفی از یک نمونه اولیه تحقیق؟

زمینه این مقاله، با کدام یک از مقالاتی که تا کنون دیده‌اید مرتبط است؟

دقت آیا فرضیات ارائه شده در مقاله، معتبر به نظر می‌آیند؟

نوآوری نوآوری اصلی مقاله چیست؟

وضوح آیا مقاله به خوبی نوشته شده‌است؟

با استفاده از این اطلاعات، ممکن است تصمیم بگیرید که خواندن مقاله را ادامه ندهید. (و آن را چاپ نکنید، در نتیجه درختان را ذخیره کنید!) این می‌تواند به این دلیل باشد که مقاله برای شما جالب نیست و یا شما به اندازه کافی درباره حوزه درک مقاله نمی‌دانید و یا اینکه نویسندگان فرضیات نامعتبری ایجاد می‌کنند. اولین گذر برای کنار گذاشتن مقالاتی که در حوزه تحقیق شما نیستند، اما ممکن است روزی مرتبط بشوند کافی است؛ ضمناً، هنگامی که شما یک مقاله می‌نویسید، می‌توانید انتظار داشته باشید که بیشتر منتقدان (و خوانندگان) تنها در یک گذر از آن عبور کنند. دقت کنید که بخش‌های مرتبط و عناوین زیر بخش‌ها را به درستی انتخاب کنید و چکیده‌های مختصر و جامعی بنویسید. اگر یک منتقد نتواند بعد از یک گذر، خلاصه را درک کند، این مقاله احتمالاً رد خواهد شد؛ اگر خواننده پس از پنج دقیقه نتواند نکات برجسته مقاله را درک کند، به احتمال زیاد این مقاله هرگز خوانده نخواهد شد. به این دلایل، ساخت یک «چکیده‌ی گرافیکی» که مقاله را به خوبی خلاصه می‌کند، یک ایده عالی است و می‌تواند به طور فزاینده‌ای در مجلات علمی یافت شود.

گذر دوم

در گذر دوم، مقاله را با دقت بیشتری بخوانید، اما از جزئیاتی مانند اثبات‌ها چشم‌پوشی کنید. این کار به شما کمک می‌کند که نکات کلیدی را یادداشت کنید و یا همانطور که می‌خوانید، در حاشیه نظرات خود را بیان کنید. دومینیک گروسمن، اهل آوگسبورگ، پیشنهاد می‌کند کلماتی را که نفهمیده‌اید و یا سوالاتی را که ممکن است بخواهید از مولف بپرسید، یادداشت کنید. برای انجام این گذر، می‌توانید مراحل زیر را طی کنید:

۱. با دقت به اشکال، نمودارها و تصاویر دیگر در این مقاله نگاه کنید. به نمودارها توجه ویژه‌ای داشته باشید. آیا محورها به درستی نام‌گذاری شده‌اند؟ آیا نتایجی که با میله‌های خطا نشان داده می‌شوند، از نظر آماری قابل‌توجه هستند؟ اشتباهات رایج مانند این موارد، فوراً کارهای ضعیف را از کارهای عالی جدا می‌کند.

۲. به یاد داشته باشید که ارجاعات خوانده نشده و مرتبط را برای خواندن بیشتر، علامت‌گذاری کنید. (این راه خوبی برای یادگیری بیشتر در مورد پیش زمینه‌های مورد استفاده در مقاله است.)

گذر دوم، برای یک خواننده‌ی باتجربه، باید یک ساعت طول بکشد. پس از این گذر، شما باید بتوانید محتوای مقاله را درک کنید. شما باید با تکیه بر شواهد، قادر به خلاصه کردن موضوع اصلی مقاله برای شخص دیگری نیز باشید. این سطح از جزئیات، برای مقاله‌ای که به آن علاقه دارید، اما در تخصص تحقیق شما قرار ندارد، مناسب است.

گاهی، حتی در پایان گذر دوم نیز موضوع مقاله را متوجه نمی‌شوید. این ممکن است به این دلیل باشد که موضوع سوژه برای شما جدید است، با اصطلاحات و کلمات اختصاری ناآشنا هستید و یا نویسندگان ممکن است از یک اثبات یا روش تجربی استفاده کنند که شما آن را درک نمی‌کنید، به طوری که بخش عمده‌ای از مقاله غیرقابل درک است. این مقاله ممکن است به طور ضعیف با اظهارات اثبات نشده و منابع متعدد رو به جلو نوشته شده باشد. یا فقط به این خاطر که دیروقت است و شما خسته‌اید!

اکنون می‌توانید انتخاب کنید:

- مقاله را کنار بگذارید، با این امید که نیازی به درک مطالب آن در حرفه خود نداشته باشید.
- در صورت لزوم، بعد از خواندن پیش زمینه‌های مورد نیاز آن، بعدا به مقاله برگردید.
- ادامه دهید و به گذر سوم بروید.

گذر سوم

برای درک کامل یک مقاله، به خصوص اگر شما یک بازبین هستید، به گذر سوم نیاز است. هدف گذر سوم، تلاش برای پیاده‌سازی دوباره‌ی این مقاله است؛ یعنی با ایجاد فرضیات مشابه با فرضیات نویسندگان، کار را بازسازی کنید. با مقایسه‌ی این بازآفرینی با مقاله‌ی واقعی، شما می‌توانید به راحتی نه تنها نوآوری‌های یک مقاله را شناسایی کنید، بلکه نقاط ضعف و فرضیات پنهان آن را نیز شناسایی کنید.

این گذر نیازمند توجه زیادی به جزئیات مقاله است. شما باید هر فرضی را در هر بیانیه‌ای شناسایی کرده و به چالش بکشید. علاوه بر این، شما باید به این فکر کنید که چگونه خودتان یک ایده‌ی خاص را

ارائه خواهید کرد. این مقایسه، به درک بهتر تکنیک‌های اثبات و ارائه، در این مقاله کمک می‌کند و شما به احتمال زیاد می‌توانید آن را به مجموعه‌ی ابزار خود اضافه کنید. در طول این مسیر، شما باید ایده‌ها را برای کارهای آینده، کنار بگذارید.

این گذر می‌تواند ساعت‌ها برای مبتدیان و حتی برای یک خواننده‌ی با تجربه، بیش از یک یا دو ساعت طول بکشد. در پایان این گذر، شما باید بتوانید کل ساختار مقاله را از حافظه بازسازی کنید و همچنین نقاط قوت و ضعف آن را شناسایی کنید. به طور خاص، شما باید قادر به مشخص کردن فرضیات ضمنی، از دست دادن استنادها به کار مربوطه، و مسائل بالقوه با تکنیک‌های تجربی یا تحلیلی باشید.

انجام یک مرور ادبی

مهارت‌های خواندن مقاله در انجام یک مرور ادبی به آزمون گذاشته می‌شوند. این کار شما را ملزم می‌کند که ده‌ها مقاله‌ای را بخوانید که شاید در یک زمینه‌ی نا آشنا قرار داشته‌باشند. سوالی که در اینجا پیش می‌آید این است که کدام مقاله را باید بخوانید؟ در اینجا به نحوه‌ی استفاده از رویکرد سه گذری برای کمک اشاره می‌کنیم.

۱. از یک موتور جستجوی دانشگاهی مانند گوگل اسکولار [۴] یا سایتسیر [۵] و یا برخی از پایگاه‌های داده‌ای [۶] مثل اسکوپوس [۷]، امرالد [۸] و آی-تریپل-ای اکسپلور [۹] استفاده کنید. در جستجوی خود، از کلمات کلیدی که به خوبی انتخاب شده‌اند، برای یافتن سه تا پنج مقاله اخیر که به شدت مورد استناد قرار گرفته‌اند، استفاده کنید. [چکیده‌ای] از هر یک از آن مقالات یافته شده، را بر روی کاغذ منتقل کنید تا یک حس از کار به دست آورید و سپس بخش‌های کاری مربوط به آن‌ها را بخوانید. شما یک خلاصه مسطوره از کارهای اخیر را خواهید یافت و شاید، اگر خوش‌شانس باشید، ممکن است در حین جستجو، یک مقاله‌ی مروری و مرتبط با کار خود پیدا کنید. مقاله مروری را بخوانید و از شانس خوب خود به خودتان تبریک بگویید!

۲. در غیر این صورت، در مرحله دوم، تعداد استنادهای مشترک و نام مولف تکراری در کتاب‌شناسی را پیدا کنید. اینها مقالات و محققان کلیدی در این زمینه هستند. مقالات کلیدی را دانلود کرده و آن‌ها را کنار بگذارید. سپس به وب سایت‌های محققان کلیدی بروید و ببینید که آن‌ها اخیراً کجا چیزی منتشر کرده‌اند. این به شما کمک خواهد کرد تا [مجلات و] کنفرانس‌های برتر در این زمینه را شناسایی کنید؛ زیرا بهترین محققان معمولاً در کنفرانس‌های برتر منتشر می‌کنند.

۳. گام سوم، این است که برای این کنفرانس‌های برتر به وب سایت آن‌ها بروید و از روشی که تا کنون پیش گرفته بودید، آن‌ها را بررسی کنید. یک اسکن سریع معمولاً کارهای اخیر مرتبط و با کیفیت بالا را شناسایی خواهد کرد. این مقالات، همراه با آن‌هایی که قبلاً کنار گذاشته‌اید، اولین نسخه بررسی شما را تشکیل می‌دهند. دو گام اخیر را در خصوص این مقالات به کار گیرید. اگر همه آن‌ها، به یک مقاله‌ی کلیدی استناد کردند که تاکنون آن‌ها را پیدا نکرده‌اید، آن را دریافت کرده و بخوانید و به مجموعه‌ی مقالات خود اضافه کنید. تا که جایی که لازم است این کار را با مقالات کنفرانس‌های معتبر، تکرار کنید.

تشکر و قدردانی

از استاد ارجمندمان، جناب آقای دکتر رامان رامسین، عضو هیئت علمی دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر دانشگاه صنعتی شریف، به خاطر معرفی این مقاله‌ی بی‌نظیر سپاس‌گزاریم.

[4] Google Scholar
[5] CiteSeer
[6] این پایگاه‌های داده‌ای توسط مترجم توصیه و اضافه شده‌است.
[7] Scopus
[8] Emerald
[9] IEEE Explore

مصاحبه با دکتر عسگری‌پور، استاد علوم کامپیوتر دانشگاه صنعتی امیرکبیر

ابوالفضل عرب‌انصاری، مهلا کریمیان، نیما حسینی

سلام، وقت شما بخیر! از این که وقتتان را در اختیار ما گذاشتید، از شما متشکریم.

لطفاً خودتان را معرفی کنید.

سلام به همه، من محمد عسگری‌پور هستم. در دانشگاه امیرکبیر درس خواندم.
حوزه‌ی تحقیقاتی من در مقطع کارشناسی ارشد و دکترا، هندسه محاسباتی بوده است.

چرا این دانشگاه را انتخاب کردید؟

واقعیت این است که امیرکبیر برای من دانشگاه جذابی بود و زمانی که امیرکبیر نبودم، دوست داشتم اینجا درس بخوانم و الآن هم که در دانشگاه هستم، خوشحالم.
امیرکبیر برای من تجربه‌ی خوبی بود؛ حداقل در رشد خودم موثر بوده است. هرچند بحث سر قیاس و خوب و بد بودن سایر دانشگاه‌ها نیست ولی برای من جذاب بود.

استاد بودن چه محاسنی برای خود فرد دارد؟

مهم‌ترین دلیل این که من در دانشگاه تدریس می‌کنم، این است که تدریس به بچه‌ها را دوست دارم و وقتی ماجرا برایم جذاب است که احساس کنم بچه‌ها هم دوست دارند و کلاس برای آن‌ها جذاب باشد. عملاً این تعاملی که با آدم‌ها و با بچه‌های جوان‌تر از خودم برای من وجود دارد، دوست‌داشتنی است.

تدریس، از اضمحلال سواد هم یک مقداری جلوگیری می‌کند. البته هر نوع تدریسی اینطور نیست؛ اگر کسی خوب تدریس کند، باعث می‌شود مطالب برای خودش هم بهتر جا بیفتد. یعنی شما فکر می‌کنید خیلی از مطالب را فهمیده‌اید، ولی زمانی که برای یک نفر توضیح می‌دهید، می‌بینید شکافی وجود دارد که نمی‌توانید خوب توضیح دهید. بعد می‌بینید که آن قسمت را خوب متوجه نشده‌اید. پس، از این جنبه هم می‌تواند به خود فرد کمک کند.

آیا در دوران تحصیل دچار شکست و ناامیدی شده‌اید؟ تجربه‌ی شکست را چگونه رفع و مدیریت کرده‌اید؟

بله، زندگی ما خیلی اوقات با شکست می‌گذرد و اگر شکست نباشد، زندگی جلو نمی‌رود. ما همیشه درحال تجربه شکست‌های ریز و درشت هستیم. یک سری کارها را دلمان می‌خواسته انجام بدهیم، اما نشده است. بعضی موارد حس سرخوردگی داشتم اما تبدیل به ناامیدی طولانی مدت نمی‌شد. این حالت بیشتر در مقطع تحصیلات تکمیلی اتفاق می‌افتد و شاید جدی‌تر هم در دکترا رخ بدهد؛ ولی به آن شکل در لیسانس اتفاق نمی‌افتد. شاید در مقطع لیسانس نهایتاً یک درس را نمره‌ی کم بگیرید ولی معمولاً یک سری امور و دروس مشخص در حال انجام است. خود من در کارشناسی خیر، ولی در تحصیلات تکمیلی این حس را داشتم. چون در تحصیلات تکمیلی باید یک تز ارائه کنید، با یک مسئله مواجه می‌شوید که نمی‌دانید حل می‌شود یا خیر؛ بعد شروع به تلاش‌کردن و فکرکردن روی مسئله می‌کنید. در مقاطعی که یک راه‌هایی را جلو می‌روید و به بن‌بست میخورید، اذیت می‌شوید و آن حس سرخوردگی به سراغ آدم می‌آید که با خودتان می‌گویید: «اصلاً دارم چکار می‌کنم؟! این‌ها را انجام بدهم که بعد از آن چه شود؟» این حس در چنین مواردی به وجود می‌آید و شیوه‌ی من در مقابلش، معمولاً رها کردن است. زمانی که با این موارد مواجه می‌شوم، مسئله را رها می‌کنم و سراغ کار دیگری می‌روم؛ بعد از مدتی دوباره سرماجرا برمی‌گردم. معمولاً هم جواب می‌دهد. آدم را از آن بی‌حوصلگی خارج می‌کند و با روحیه‌ی بهتر با مسئله مواجه می‌شود.

در رابطه با فیلد هندسه محاسباتی برایمان بگویید. کاربردهای هندسه‌ی محاسباتی در چه زمینه‌هایی است؟

اگر بخواهیم هندسه محاسباتی را تعریف کنیم، اسم آن کمی غلط‌انداز است. چون یک سری زیرشاخه‌هایی در ریاضیات داریم که مثلا هندسه‌ی x یا هندسه‌ی y ، همه زیرشاخه‌های هندسه هستند که مسائل هندسی را حل می‌کنند. بنظر می‌آید که این هم یک زیرشاخه از هندسه باشد ولی اینطور نیست. در واقع اگر بخواهم هندسه محاسباتی را در یکی از دروس بچه‌های کارشناسی قرار دهم، زیرشاخه‌ی الگوریتم است که معمولاً دانشجوها مدتی بعد از ورود به دانشگاه با آن آشنا می‌شوند.

اگر فردی می‌خواهد بفهمد که به هندسه محاسباتی علاقه‌مند است یا نه، ساده‌ترین راه آن این است که دقت کند آیا به دروسی مثل ساختمان داده و طراحی الگوریتم علاقه دارد یا خیر. اگر به این موارد علاقه‌مند باشد احتمال زیاد به هندسه محاسباتی هم علاقه‌مند است.

دقیق‌تر بخواهم بگویم، موضوع درس هندسه محاسباتی، ارائه‌ی الگوریتم برای مسائلی است که ورودی‌های آن، موجودات هندسی هستند؛ مانند نقطه، خط، رویه و یا هر چیزی که بتوان برای آن هندسه تعریف کرد. حال، هر موجود هندسی که داشته باشیم و بخواهیم یک الگوریتم روی آن پیاده کنیم، یک مسئله‌ی هندسه محاسباتی است. به عنوان مثال، یکی از ابتدایی‌ترین مسائلی که به آن اشاره می‌شود، Facility Location است. یعنی فضایی دارید که می‌خواهید یک سری امکانات را روی آن قرار دهید و یک پارامتر را بهینه کنید. به عنوان مثال، در یک شهر ایستگاه آتش‌نشانی وجود ندارد و می‌خواهیم تعدادی ایستگاه قرار دهیم به طوری که بیشترین زمانی که بتوانیم از یک ایستگاه به هر نقطه‌ی شهر برویم، کمینه شود. به‌همین ترتیب، میتوانید به هر مسئله با همین دیدگاه فکر کنید و همین که توانستید به آن بُعد هندسی بدهید، مسئله را با ابزارهای هندسه محاسباتی حل کنید. ولی نکته اینجاست که هندسه‌ی محاسباتی یک حوزه‌ی مستقل و جدا نیست؛ هندسه محاسباتی به شما ابزارهایی ارائه می‌دهد. ولی شما باید شناختی نسبت به شیوه‌های دیگر را هم داشته باشید. در نهایت این شما هستید که که انتخاب می‌کنید کدام ابزار در مسئله شما کارآمد است.

به نظر شما، نحوه‌ی مطالعه دروس رشته‌ی علوم کامپیوتر به چه صورت است؟

یک توصیه‌ی کلی برای بچه‌ها دارم: اول از همه در کلاس‌ها و دروس خودم، بعد در همه‌ی دروس؛ آن هم اینکه اگر می‌خواهید باسواد بار بیایید، کتاب رفرنس بخوانید. به جای اینکه جزوه یا کتاب ترجمه شده یا جزوه‌ای که به شکل کتاب درآمده است را بخوانید، نگاه کنید همه جای دنیا برای این درس چه منبعی را مطالعه می‌کنند، همان را مطالعه کنید. وقتی شما کتاب‌های مرجع و اصلی را فرا بگیرید، دیگر فرقی ندارد که از کدام دانشگاه و کجا فارغ‌التحصیل شده‌اید. همیشه در درس‌های خودم این را به بچه‌ها پیشنهاد می‌کنم و معتقدم بهترین کاری که استاد برای یک دانشجو می‌تواند انجام دهد، این است که یک منبع خوب به دانشجو معرفی کند و کلاس استاد به دانشجو کمک کند آن را سریع‌تر و راحت‌تر مطالعه کند.

رنک دانشکده بودن تا چه حد مفید است؟

حقیقتا معدل مهمتر از رنک بودن است. درواقع، به هدف و آینده‌ای که دانشجو برای خود متصور است، بستگی دارد. امروزه، یکی از کارهایی که خیلی از بچه‌ها درنظر دارند، این است که برای دانشگاه‌های خارج از کشور اپلای کنند. در این مسیر، معدل بسیار مهم است. مخصوصاً زمانی که می‌خواهند از کارشناسی بروند. حتی می‌توانم بگویم ریزنمرات مهم‌تر از معدل است. زمانی که می‌خواهید برای ارشد در فیلد خاصی ادامه دهید، نمرات دروس مرتبط با آن فیلد تاثیر بیشتری نسبت به سایر دروس دارد. رنک بودن تأثیراتی برای ارشد و امتیازاتی دارد که من از آن مطلع نیستم و در قوانین موجود است، ولی فکر می‌کنم این موارد کم‌ترین جذابیتی برای بچه‌ها داشته باشد. با توجه به اینکه بخش قابل توجهی از بچه‌ها از کشور خارج می‌شوند، عملاً اگر فردی یک مطالعه معقول برای کنکور داشته باشد، می‌تواند در رشته و دانشگاه مدنظرش قبول شود. برای بچه‌های ما که بچه‌های خوبی هستند، ارشد و دکترا قابل دسترس است و اینطور نیست که کسی پشت کنکور بماند.

حوزه‌های کارآمد این رشته در بازارکار چیست؟

بازارکار کامپیوتر، بازارکار رو به رشدی است. من می‌توانم به شما قول دهم که در هر فیلدی که متخصص باشید، به شدت موقعیت کاری خواهید داشت. مهم نیست که چه چیزی بلدید، بلکه باید آن را خوب بلد باشید. برای مثال، در حوزه توسعه نرم‌افزار، هر مهارتی داشته باشید چه در حوزه‌های back end چه front end، می‌توانید کارآمد باشید. جدا از حوزه‌ی توسعه‌ی نرم‌افزار، یک حوزه که بسیار روی آن کار شده و همچنان جای رشد دارد، data science است. محصّلین علوم کامپیوتر به علت سوادی که در حوزه آمار و برنامه‌نویسی دارند، بسیار پر پتانسیل می‌توانند در این حوزه ورود کنند. سراسر این حوزه بسیار جای کار دارد، حتی در ایران؛ به‌شرط آنکه در آن زمینه حرفی برای زدن داشته باشید و این میسر نمی‌شود، مگر آن که در حوزه‌ای که علاقه دارید، فعالیت کنید.

یک حوزه دیگر، شبکه است که بسیار گسترده جدی است و می‌توانید از درس دانشگاهی آن شروع کنید.

با توجه به گستردگی حوزه‌های کامپیوتر، چه راه‌هایی وجود دارد که دانشجویان متوجه علاقه‌شان شوند؟

این سؤال، سؤال سختی است برای جواب دادن و سؤال راحتی است برای فکر کردن. علاقه، حسی هست که خود انسان‌ها باید به کشف آن بپردازند. وقتی در حوزه‌ای حس خوبی دارید یا مشغول انجام آن که

هستید، دوست دارید ادامه دهید، می‌تواند از نشانه‌های علاقه‌مندی در آن دوره باشد.
در دوره‌ی کارشناسی، شما باید کف سوادی را پیدا کنید. به این علت که این کف سواد شما از حوزه کامپیوتر، باعث ایجاد شناخت و تمایز از شخصی می‌شود که یک دوره‌ی آزاد را در خارج از مجموعه در همان حوزه‌ای که شما کار می‌کنید، آموزش دیده است.
توصیه اصلی من این است که در دوره لیسانس، همه دروس را با جدیت بخوانید. وقتی درسی را جدی خواندید، در انتها متوجه خواهید شد که تمایلی به ادامه دادن در این حوزه دارید یا خیر، از طرف دیگر می‌دانید که محتوای این درس چه چیزی است و سواد عمومی رشته خودتان در دوره کارشناسی پایه‌گذاری می‌شود. به عقیده من، آدم‌ها یا در دوره کارشناسی باسواد می‌شوند، یا خیلی سخت به این تبحر می‌رسند.

چه فعالیت‌هایی در دوران کارشناسی برای آینده تحصیلی، شغلی و پژوهشی مفید است؟

حوزه پژوهشی، مختص دوره‌ی تحصیلات تکمیلی است. دوره‌ی لیسانس پژوهشی نیست؛ چرا که وقتی یک سواد عمومی از رشته‌تان نداشته باشید، نمی‌توانید یک کار یا ایده نو ارائه دهید. کار ارزشمند از اشخاصی درمی‌آید که اطلاعات جامعی از کاری که در حال انجام آن هستند، دارند؛ به عبارتی، یک مسئله واقعی را شناخته‌اند و سعی در حل آن دارند.
در حوزه‌های شغلی یا ادامه تحصیل، نیاز به برنامه‌نویسی دارید. باید مفهوم برنامه‌نویسی را بلد باشید؛ یعنی باید به یک مسئله فکر کنید و آن را به کد تبدیل کنید. توصیه جدی من این است که برنامه‌نویسی را یاد بگیرید. برنامه‌نویسی، زبان حرف زدن آدمی‌ست که کامپیوتر می‌خواند...!
از نظر من یک برنامه‌نویس خوب، می‌تواند در قدم بعدی علاقه‌اش را بیابد.

آیا دانشجویان کارشناسی، پشتوانه‌ی علمی مناسب برای نگارش مقاله را دارند یا خیر؟ توصیه شما درباره‌ی مقاله‌نویسی و کار پژوهشی چیست؟

به نظرم مقاله نوشتن، وظیفه دانشجوی کاشناسی نیست. خوب است که یک دانشجو حرفی برای گفتن داشته باشد و مقاله بنویسد، اما خیلی از دانشجویان مقطع کارشناسی، این میزان سواد را جهت ارائه ندارند. با این حال، نمی‌توان یک سور عمومی قرار داد و به همه افراد تعمیم داد. در کارشناسی، حوزه و دنیایی که در آن کار می‌کنید را باید بشناسید و بعد، در حوزه تحصیلات تکمیلی شروع به دادن مقاله کنید.

فرصت‌های تحصیل مجازی را چگونه می‌بینید؟

دل پری از تحصیل مجازی دارم! با این وجود، نکات مثبتی هم وجود دارد. آن هم این که امروزه آموزش، خیلی جهانی شده و تغییر کرده و دلیل آن هم رشد اینترنت است؛ چون شما به یک دنیای بی‌نهایت از آموزش با نظرات مختلف دسترسی دارید. بزرگترین مزیتی که وجود دارد، علاوه بر خواندن کتب مرجع، می‌توانید در معرض آموزش استادان بهترین دانشگاه‌های دنیا قرار بگیرید. دسترسی به افراد بیشتر و استفاده از آموزش آن‌ها، می‌تواند از نکات مثبت باشد.

در مورد تحصیل خارج از ایران چه نظری دارید؟ چه فرصت‌ها و مزیت‌ها و نیز چه مضراتی دارد؟

من خارج از ایران تحصیل نکرده‌ام اما به‌طورکلی، درگذشته پاسخ خیلی شفافی به این مسئله نمی‌دادم و معتقدم این یک مسئله شخصی است. چون مهاجرت، تنها تحصیلی نیست، بلکه شما از جامعه و خانواده خود جدا شده، وارد یک کشور دیگر خواهید شد. از پاسخ الآنم خوشحال نیستم، اما چند سالی‌ست که وقتی دانشجویان می‌پرسند، می‌گویم اگر فکر می‌کنید موقعیت خوبی است، بروید! این صحبت بیشتر جنبه اقتصادی دارد؛ از لحاظ نکات منفی، قطعاً در جای دیگری از دنیا، مکانی نیست که هیچ مشکلی پیدا نکنید و نکته دیگر، وابستگی‌های خانوادگی و اجتماعی است. اما اگر الآن دانشجویی تمایل به تحصیلات تکمیلی داشته باشد، به نظر می‌رسد ارشد خواندن در خارج از کشور، می‌تواند گزینه‌های خوبی را جلوی آینده‌ی شخص بگذارد.

حرف آخر به ما دانشجویان

در مقطع خوبی از عمرتان هستید، از دستش ندهید! لذت ببرید، رفاقت کنید، درس و تحصیل جای خود را دارد. جدای از آن، قدر لحظاتتان، دوستی‌های دوران لیسانس و فعالیت‌هایی که شکل می‌گیرد را بدانید.

علوم کامپیوتر

عنکبوت، یک اسب نیست

یحیی پورسلطانی

در مهندسی نرم‌افزار و در برنامه‌نویسی با زبان‌های برنامه‌نویسی شیءگرا، ارث‌بری یک قابلیت مهم برای جلوگیری از تکرار کدهای برنامه‌نویسی است و استفاده‌ی درست از آن، می‌تواند به افزایش قابلیت استفاده‌ی مجدد و مراقبت و نگهداری بهتر از کدهای نرم‌افزار کمک کند. عده‌ی زیادی از برنامه‌نویسان، از این قابلیت استفاده نمی‌کنند و برخی، به اشتباه از آن استفاده می‌کنند. استفاده‌ی نادرست از این قابلیت نه تنها باعث راحتی کار نشده، بلکه باعث انتشار خطا در سطوح مختلف برنامه نیز می‌شود. در این نوشتار، در قالب یک مثال به توضیح ارث‌بری پرداخته‌ایم و با اقتباس از این مثال شیرین، که توسط جناب آقای دکتر رامان رامسین (عضو هیئت علمی دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر دانشگاه صنعتی شریف) ارائه شده‌است، سعی کرده‌ایم نحوه‌ی استفاده‌ی درست از این قابلیت را برای شما شرح دهیم.

رفتارها (توابع) انتزاعی

در برنامه‌نویسی، توابع انتزاعی [1] توابعی هستند که بدنه‌ی آن‌ها تعریف نشده و صرفاً نام آن‌ها، نوع خروجی و پارامترهای ورودی آن‌ها تعریف می‌شوند. پیاده‌سازی بدنه‌ی این توابع، به کلاس‌هایی واگذار می‌شود که از کلاس حاوی این توابع، ارث‌بری داشته باشند. توجه کنید که از یک کلاسی که حاوی حداقل یک تابع انتزاعی است، نمی‌توان نمونه‌سازی کرد. (یعنی نمی‌توانید از این کلاس‌ها، آبجکت بسازید.)

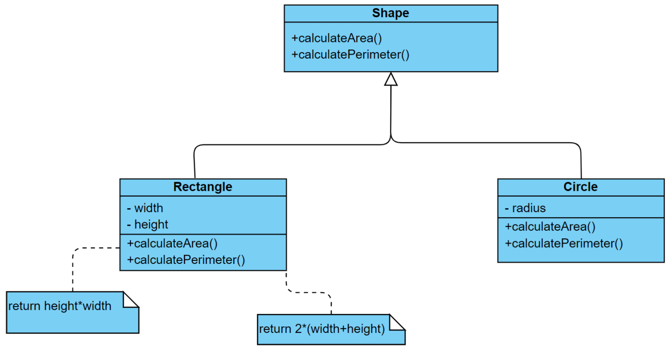
ارث‌بری چیست؟

در برنامه‌نویسی، ارث‌بری [2] کمک می‌کند که بتوانیم رفتارهای یک کلاس را در کلاس دیگری، به ارث برسانیم. در ادامه، با یک مثال خیلی ساده، این مفهوم را برایتان توضیح می‌دهیم.

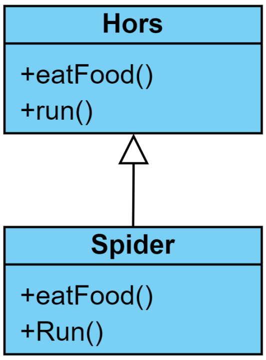
فرض کنید که در برنامه‌ی خود، دو کلاس برای مدل‌سازی دو شیء هندسی دارید: یک کلاس برای مستطیل به نام Rectangle و کلاس دیگری، برای مدل‌سازی دایره، به نام Circle. امکان محاسبه‌ی مساحت و محیط، هم برای مستطیل و هم برای دایره وجود دارد؛ اما روش محاسبه‌ی آن‌ها با هم متفاوت است؛ بنابراین، رفتار (که شما در قالب توابع آن‌ها را پیاده‌سازی می‌کنید) محاسبه‌ی محیط و مساحت، در هر دو کلاس وجود دارد. مشاهده می‌کنیم که دو رفتار تکراری در این دو کلاس وجود دارد و این دو کلاس، از یک جهت خیلی شبیه به هم هستند: هر دو کلاس، یک شکل هندسی را بازنمایی می‌کنند. از سویی، هر شکل هندسی، دارای محیط و مساحت است و دایره و مستطیل نیز، از این قاعده مستثنی نیستند. چه‌قدر خوب می‌شد که بخش‌های مشترک شکل‌های هندسی را از قبل در اختیار این دو کلاس قرار می‌دادیم تا این دو کلاس از نظر ساختار، شباهت بیشتری پیدا می‌کردند و پیاده‌سازی آن‌ها نیز راحت‌تر می‌شد. این کار به لطف امکان ارث‌بری در زبان‌های برنامه‌نویسی ممکن شده‌است. برای این منظور، می‌توانیم یک کلاس به نام Shape بسازیم و دو رفتار مشترک (بخوانید تابع!) محاسبه‌ی محیط و محاسبه‌ی مساحت را به صورت انتزاعی [3] (یعنی بدون پیاده‌سازی بدنه‌ی تابع) تعریف کنیم؛ سپس، برنامه را طوری طراحی کنیم که دو کلاس Rectangle و Shape از این کلاس، ارث‌بری داشته باشند. در این صورت، این دو کلاس نیز دارای رفتارهای محاسبه‌ی محیط و محاسبه‌ی مساحت خواهند بود. البته از آنجایی که در کلاس والد، این رفتارها به صورت انتزاعی تعریف شده‌اند و پیاده‌سازی نشده‌اند، شما باید در هر کدام از کلاس‌های دایره و مستطیل، آن‌ها را به تناسب روش محاسبه پیاده‌سازی کنید. توجه داشته باشید که رفتارهای کلاس والد، می‌توانند در کلاس فرزند پیاده‌سازی شوند و یا در کلاس والد، دارای بدنه باشند که در این صورت کلاس‌های فرزند نیازی به پیاده‌سازی آن نخواهند داشت و یا در صورت تمایل، می‌توانند آن رفتار را بازنویسی [4] کرده و تغییر دهند. بنابراین، ارث‌بری در خیلی از مواقع، باعث جلوگیری از نوشتن کد تکراری نیز می‌شود.

شکل ۱ نشان‌دهنده‌ی مدل این کلاس‌ها در زبان مدل‌سازی UML است. در زبان مدل‌سازی UML کلاس‌ها را با مستطیل نشان می‌دهیم و در بخش بالایی آن نام کلاس، در بخش میانی ویژگی‌ها و مشخصه‌های کلاس و در بخش پایانی آن، رفتارهای کلاس را می‌نویسیم. رابطه‌ی ارث‌بری را با یک فلش، از فرزند به پدر ترسیم می‌کنیم ونوک فلش را به صورت یک مثلث توخالی نشان می‌دهیم. در بسیاری از منابع معتبر، رفتارهای انتزاعی (بدون بدنه‌ی پیاده‌سازی) را به صورت ایتالیک نشان

[1] Abstract Functions
[2] Inheritance
[3] Abstract
[4] Override



شکل ۱: نمودار ساختار کلاسی کلاس Shape و زیرکلاس هایش



شکل ۲: نمودار ساختار کلاسی کلاس Horse و زیرکلاسش

می‌دهند.

رابطه‌ی is a

با دیدن مثال قبل، شاید این سوال برایمان پیش بیاید که: «کلاس‌های Rectangle و Circle دقیقا چه شباهتی با هم دارند و کدام وجه شباهت آن‌ها، باعث شد که بتوانیم رفتارهای مشترک آن‌ها را از طریق کلاس والد Shape به ارث برسانیم؟ آیا صرفا وجود دو رفتار مشترک باعث شده که بتوانیم این ارث‌بری را انجام دهیم؟» پاسخ‌گویی صحیح به این سوالات، ما را به سمت استفاده‌ی درست از ارث‌بری در طراحی نرم‌افزار و برنامه‌نویسی می‌برد.

در جواب، می‌گوییم آنچه که باعث شده تا بتوانیم این رابطه‌ی ارث‌بری را برقرار کنیم، ماهیت مفهومی دو کلاس Rectangle و Circle است. این دو شکل، ذاتاً اشکالی هندسی هستند و در حالت کلی، ویژگی‌های مشترک اشکال هندسی (نظیر داشتن محیط و مساحت)، در خصوص آن‌ها صادق است. بنابراین می‌توان گفت: «مستطیل و یا دایره)، از کلاس اشکال هندسی ارث می‌گیرد، چون یک شکل هندسی است» یا:

Rectangle **is a** Shape.
Circle **is a** Shape.

شما باید بتوانید بین کلاس‌های فرزند و کلاس‌های والد این عبارت را به کار ببرید. به رابطه‌ای که در حالت کلی، بین دو کلاس مستطیل و دایره و کلاس والدشان (کلاس اشکال هندسی) برقرار است، رابطه‌ی is a گفته می‌شود. استفاده از ارث‌بری، در صورتی صحیح است که بین کلاس والد و کلاس‌های فرزند، رابطه‌ی is a برقرار باشد.

میراث مردود!

همان‌طور که دیدید، ویژگی‌ها و رفتارهای کلاس والد، به کلاس‌های فرزند به ارث می‌رسد. شاید پیش خودمان بگوییم حالا که چنین است، چرا نیاییم و برای استفاده‌ی مجدد از رفتارها (شما می‌توانید بگویید توابع!) آن‌ها را به ارث نرسانیم؟ در این صورت، لازم نخواهد بود که برای کلاس‌های فرزند، آن رفتارها را مجددا پیاده‌سازی کنیم.

اجازه دهید تا با مثالی، این کار را بررسی کنیم. فرض کنید که یک کلاس دارید به نام اسب (Horse). این کلاس، رفتارهای یک اسب را مدل‌سازی می‌کند. حال تصور کنید که دو رفتار زیر، در این کلاس تعریف شده‌اند:

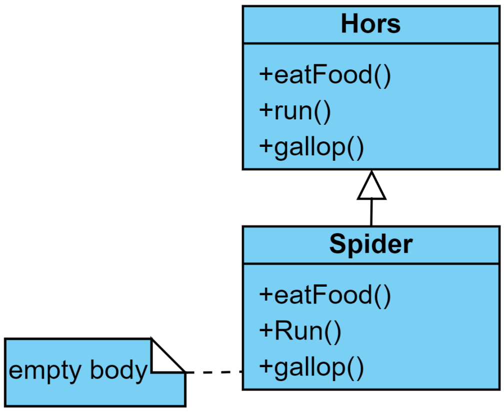
۱. غذا خوردن (eatFood).

۲. راه رفتن (run).

از سویی، کلاس دیگری برای مدل‌سازی یک عنکبوت (Spider) داشته باشیم. همه‌ی ما می‌دانیم که عنکبوت هم مثل اسب، هم راه می‌رود و هم غذا می‌خورد. ممکن است به این فکر بیفتیم که کلاس عنکبوت، از کلاس اسب ارث‌بری داشته باشد. در این صورت، رفتار راه‌رفتن و غذاخوردن، به صورت ضمنی به این کلاس نیز به ارث می‌رسد و دیگر نیازی نیست در این کلاس مجددا آن را تعریف کنیم (یک نمودار ساختار کلاسی، مطابق شکل ۲). بنابراین، به گمان خودمان، از کد استفاده‌ی مجدد [5] کرده‌ایم!

حال، فرض کنید که برای کلاس Horse بخواهیم یک رفتار (در قالب یک تابع) برای مدل‌سازی چهارنعل رفتن (gallop) تعریف کنیم. با توجه به این‌که کلاس Spider نیز از این کلاس ارث‌بری می‌کند، رفتار چهارنعل رفتن به او نیز به ارث می‌رسد! از آنجایی که تصور یک عنکبوتی که چهارنعل راه برود، تا حدودی خنده‌دار (شاید هم ترسناک!)

[5] Reuse



شکل ۳: میراث مردود در مثال اسب و عنکبوت!

است، ناچار خواهیم بود که بدنه‌ی تابع gallop را در کلاس Spider خالی بگذاریم! با این کار، میراث کلاس والد را رد کرده‌ایم.

به این اتفاق، میراث مردود [6] گفته می‌شود که عملی ناشایست است. چرا که با اعمال هر تغییر در کلاس Horse مجبوریم مطمئن شویم که آیا این تغییر، در کلاس Spider نیز قابل اعمال است یا خیر؟

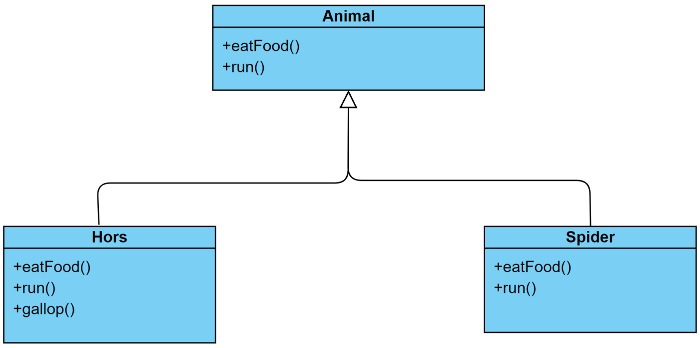
راهکار چیست؟

برای این مثال، راهکار، فراهم کردن شرایطی است که رابطه‌ی is a برقرار باشد. برای این منظور، بهتر است که یک کلاسی تعریف کنیم که با کلاس اسب و کلاس عنکبوت، رابطه‌ی is a داشته باشد. می‌دانیم که هم اسب و هم عنکبوت، جانور هستند و رفتار مشترک راه‌رفتن و غذاخوردن، در همه‌ی جانوران (با کمی تساهل در خصوص گونه‌ی آن‌ها!) وجود دارد. بنابراین، تعریف یک کلاس به نام Animal با دو تابع انتزاعی run و eatFood و ارث‌بری دو کلاس اسب و عنکبوت از آن، منطقی‌تر به نظر می‌رسد؛ در شکل ۴ این اصلاح را انجام داده‌ایم.

در این صورت، رابطه‌ی is a برقرار خواهد بود و خواهیم داشت:

Spider is a animal.
Hors is a animal.

همچنین، با طراحی شکل ۴ اعمال تغییر در کلاس اسب، باعث انتشار تغییر در کلاس عنکبوت نمی‌شود و با خیال آسوده، می‌توانیم کلاس اسب را گسترش دهیم.



شکل ۴: اصلاح ساختار کلاسی اسب و عنکبوت

نتیجه‌ی اخلاقی!

تنها در صورتی از ارث‌بری استفاده کنید که بین کلاس والد و فرزندانش، رابطه‌ی is a وجود داشته باشد و تحت هیچ شرایطی، این رابطه را نقض نکنید. همچنین، ارث‌بری لزوما یک روش مناسب برای استفاده‌ی مجدد از کد نیست! قبل از استفاده از آن، باید از برقراری رابطه‌ی is a مطمئن شد.

تشکر و قدردانی

از استاد ارجمندم، جناب آقای دکتر رامان رامسین، که این مثال گیرا را در کلاسشان طرح کرده‌اند سپاس‌گزارم. برای آشنایی بیشتر با نکات مهم در خصوص طراحی شیءگرا، توصیه می‌کنم حتماً از محتوای درسی ایشان که در وبسایتشان منتشر شده‌است، استفاده کنید. [7]

[6] Refused Bequest

[7] http://sharif.edu/~ramsin/

ورقی از دنیای پردازش های کوانتومی

Quantom Computing

فاطمه عبدالحی

کامپیوترهای کوانتومی و رایانش بسیار سریع زمینه جدیدی از فناوری است که دانشمندان و مهندسان فیزیک و رایانه تلاش‌های بسیاری را در زمینه فراتر بردن مرزهای آن دارند. کامپیوترهای کوانتومی به قدری سریع در حال پیشرفت هستند که به زودی می‌توان از آن‌ها در محاسبات ساخت دارو و سیستم‌های تشخیص بیماری برای نجات جان انسان‌ها، استراتژی‌های مالی پیچیده، هوش مصنوعی و... استفاده کرد. این کامپیوترها احتمالاً تا چند سال آینده جایگزین کامپیوترهای امروزی و تبدیل به محصولاتی تجاری می‌شوند. به تازگی مهندسان چینی رایانه کوانتومی اپتیکی طراحی کرده‌اند که می‌تواند محاسبات را ۱۰ میلیارد بار سریعتر از رقبای دیگر مانند کامپیوتر کوانتومی گوگل انجام دهد.

برتری کوانتومی یا همان Quantum Supremacy واژه‌ای است که طی سالیان گذشته به وفور آن را در خروجی رسانه‌های علمی و فناوری مشاهده کرده‌ایم و هر بار یک مدعی جدید برای آن پیدا شده؛ از IBM گرفته تا گوگل و حتی هانیول. به تازگی تیمی از محققین چینی که وابسته به چندین موسسه تحقیقاتی در چین هستند موفق به ساخت رایانه کوانتومی با ساختار فوتونیکی[1] شده‌اند که برای چندمین بار عنوان برتری کوانتومی را از بین مدعیان بزرگ جابه‌جا می‌کند. این رایانه که نتایج تحقیق و توسعه آن طی مقاله‌ای در ژورنال Science منتشر شده با نام Jiuzhang توانسته فرایند نمونه‌برداری بوزون به روش گوشی[2] را به بهترین نحو ممکن ترتیب دهد که یکی از روش‌های انجام محاسبات کوانتومی است. برای توضیح در این زمینه باید به این موضوع اشاره کرد که گوگل از روش متفاوتی موسوم به Sycamore برای محاسبات کوانتومی استفاده می‌کند که در آن از مواد ابررسانا برای نشان‌دادن کیوبیت‌ها[3] و توصیف آن‌ها استفاده می‌شد. اما چینی‌ها از رویکرد جدید رایانش کوانتومی بر پایه محاسبات جابجایی فوتون‌های نوری استفاده کرده‌اند که معیار مرجع آن نمونه برداری از بوزون‌ها (از مواد زیراتمی) است.

در این فرایند که به صورت سلسله‌وار و در نتیجه یک توزیع عددی انجام می‌شود، میزان ظرفیت تبادل داده در یک شبکه به دست می‌آید. در کامپیوترهای معمولی این فرایند موجب اتلاف شدید توان پردازشی برای یک عملیات پایه می‌گردد ولی کامپیوترهایی مانند Jiuzhang می‌توانند تعداد ۱۰۰ ورودی و ۱۰۰ خروجی را با به کارگیری ۳۰۰ تقسیم‌کننده‌های پرتویی متشکل از ۷۵ آینه، انجام دهند که با تصورات قبلی ما از محاسبات بسیار متفاوت است. جالب است بدانید که کامپیوتر ژیواژانگ برای حل یک مسئله مشخص از این نوع تنها به ۲۰۰ ثانیه زمان نیاز دارد؛ محاسباتی که در حال حاضر سریعترین ابررایانه‌های دنیا برای حل آنها به زمانی در حدود ۵.۲ میلیارد سال نیاز دارند؛ مثالی بارز و مشهود برای تعریف برتری کوانتومی! بر همین اساس، چندی پیش گزارشی توسط ایندپندنت منتشر شد که می‌تواند خبری بسیار مهم برای دنیای آینده ما باشد. مطابق آنچه در این خبر اعلام شده محققان دانشگاه ام آی تی روشی برای تولید و یکپارچه‌سازی اتم‌های مصنوعی ابداع کرده‌اند. اتم‌های مصنوعی با استفاده از مدار فوتونی روی لایه‌ای بسیار نازک از الماس ساخته شده‌اند و بزرگترین ساختار پردازشی کوانتومی در نوع خود را به وجود آورده‌اند.

در بخشی از این گزارش آقای دیرک انگلاند از موسسه فناوری ماساچوست[4] اعلام نموده که این فناوری را می‌توان به عنوان نقطه عطفی در حوزه پردازنده‌های کوانتومی متصور شد:

برای تولید یک رایانه کوانتومی به میلیون ها پردازنده کوانتومی نیاز است و حالا این تحقیق جدید روشی نوین برای ارتقای تولید این دست از پردازنده‌ها را به جهانیان ارائه می‌کند.

در ۲۰ سال گذشته مهندسی کوانتوم، همواره دید و برنامه ما بر این بوده است که بتوانیم سیستم‌های مصنوعی کیوبیتی را بسازیم که بتوانند با ابعاد مدارات مجتمع الکترونیکی قابل قیاس باشند.

همانطور که می‌دانید مبنای محاسبات کوانتومی بر خلاف صفر و یک‌های منطقی بر اساس کیوبیت‌ها انجام می‌شود که پتانسیل آن را دارند که همزمان نشان‌دهنده، صفر، یک یا هر دوی آنها باشند. این ویژگی عجیب به رایانه‌های کوانتومی اجازه می دهد همزمان چند

[1] بلورهای فوتونیکی به هر ساختاری که ضریب شکست آن به‌طور متناوب تغییر کند، گفته می‌شود.

[2] با توجه به اینکه توضیح فرایند طولانی است، کافیست به این نکته توجه کنید: «بر اساس تعریف، بوزون‌ها ذره‌هایی هستند که از آمار بوز انیشتین پیروی می‌کنند. در یک سامانه کوانتومیِ دو–ذره، برای بوزون‌ها تابع موج سامانه متقارن است.»

[3] در پردازش کوانتومی یک کیوبیت یا بیت کوانتومی واحد پایه‌ای پردازش کوانتومی و روزگاری کوانتومی بوده و مشابه بیت در رایانه‌های کلاسیک می‌باشد: کوچکترین واحد ذخیره اطلاعات و معیاری از مقدار اطلاعات کوانتومی است.

[4] MIT

محاسبه را انجام دهند و چالش هایی را حل کنند که با رایانه‌های معمولی ممکن نیست.
کیوبیت در تراشه تازه توسعه یافته در حقیقت همان اتم‌های مصنوعی است که از نقصان‌های موجود در الماس ساخته می شود. می توان با استفاده از نور و امواج میکروویو اتم های مصنوعی را برانگیخت تا فوتون هایی حاوی اطلاعات کوانتومی را منتشر کنند.
این فرایند یک روش ترکیبی است که طی آن چیپلت (chiplet) های میکرو کوانتومی که به دقت انتخاب شده و حاوی چند کیوبیت هستند، در یک مدار یکپارچه فوتونیک نیترید آلومینیوم قرار می گیرند.

در انتها باید به این موضوع اشاره کنیم که انگلاند و همکارانش با استفاده از این روش هیبریدی توانستند یک سیستم ۱۲۸ کیوبیتی بسازند که بزرگترین سیستم یکپارچه اتم مصنوعی–فوتونیکی دنیاست و مطمئناً می‌تواند طی سال‌های آینده الهام‌بخش پروژه‌های متعددی از این دست بوده و افق پیش روی ساخت سیستم‌های پردازشگر کوانتومی را گسترش دهد. با همه اینها، کامپیوترهای کوانتومی با تمام پیشرفت‌هایی که تاکنون داشته‌اند، هنوز هم در برخی موارد نمی‌توانند جایگزین کامپیوترهای معمولی شوند. اما IBM برای حل این موضوع راه‌حل ویژه‌ای ارائه کرده است. این راه‌حل شامل محیط اجرای برنامه Qiskit بین سیستم‌های معمولی و کوانتومی است که منجر به کاهش تأخیر و افزایش ۱۰۰ برابری سرعت کارهایی که احتیاج به مدار تکرارشونده دارند، خواهد شد. به گفته IBM این فناوری می‌تواند محاسباتی را که ماه‌ها به طول می‌انجامد، در عرض چند ساعت حل کند. وظیفه Qiskit این است که اجازه می‌دهد مدارهای محاسباتی بیشتری با سرعت سریع‌تر اجرا شوند. همچنین با ذخیره برنامه‌های کوانتومی، اجازه اجرای آن را برای کاربران دیگر فراهم می‌کند. IBM پیش‌بینی می‌کند طی چند سال آینده Qiskit دامنه وسیع‌تری از مدارها را کنترل کند. در نتیجه طیف وسیعی از چالش‌های محاسباتی را با سرعت بیشتر و هزینه مقرون به صرفه‌تری نسبت به سیستم‌های سنتی انجام می‌دهد. IBM فناوری کوانتومی فعلی را به رایانه‌های اولیه تشبیه کرد و معتقد است که هنوز راه زیادی در پیش است. با توجه به پتانسیل‌هایی که کامپیوترهای کوانتومی دارند هنوز مشخص نیست تا چه زمانی این قدرت محاسباتی از محیط آزمایشگاهی به دنیای واقعی اضافه شود؛ با این حال هدف Qiskit و سخت‌افزارهای بهینه آن، این است که به نقطه‌ای برسیم که هر کاربری بتواند از محاسبات کوانتومی استفاده کند.

دیپ‌فیک: خوب، بد، زشت

Deepfake: The Good, The Bad and the Ugly

امیرحسین فروغی

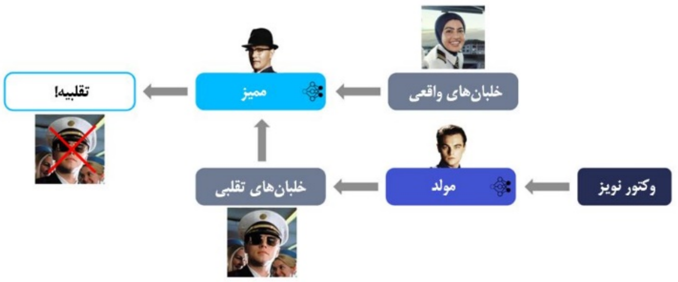
مقدمه

می‌خواهیم دنیایی ترسناک را برای شما توصیف کنیم که شاید زندگی کردن در آن سخت و غیرقابل تحمل باشد. امروزه، مرزهای تکنولوژی و فناوری خیلی فراتر از آنچه تصور می‌شود، گسترش یافته است. اگر در گذشته تنها ممکن بود عکستان توسط نرم‌افزارهای مختلف گرافیکی دستکاری شده و چیزی خلاف واقعیت را به بیننده نشان دهد، اکنون با فناوری خطرناک‌تری روبه‌رو هستیم که می‌تواند چهره و صدای شما را به طرز شگفت‌آوری تقلید کرده و در قالب ویدئوهای غیرواقعی منتشر کند. دیپ‌فیک، فناوری جدیدی بر مبنای هوش مصنوعی است که به واسطه‌ی آن تصاویر و ویدیوهای دروغین اما واقع‌گرایانه ساخته می‌شود و می‌تواند هر بیننده‌ای را تحت تأثیر خود قرار دهد.

دیپ‌فیک چگونه ساخته می‌شود؟

چندین راه برای ساخت ویدئوهای دیپ‌فیک وجود دارد؛ اما در تمام این راه‌ها باید مقدار زیادی از داده را به مدل‌های یادگیری ماشین تغذیه کرد تا از این طریق محتوای جعلی تولید شود. واقع‌گرایانه‌ترین نمونه‌های ساخته شده، حجم عظیمی از داده‌های صوتی، تصویری و ویدئویی را طلب می‌کنند. الگوریتم شبکه‌ی مولد تخاصمی[1] یا به‌طور خلاصه، گن (GAN)، دارای یک بخش «مولد»[2] و یک بخش «ممیز»[3] است. مثلاً فرض کنید گن مفروض ما یاد گرفته باشد تصویرهای دروغین از خلبان‌ها بسازد. مولد سعی می‌کند عکس‌های تقلبی بسازد و در مقابل، ممیز عکس‌های جعلی مولد و عکس‌های واقعی را کنار هم می‌گذارد و به خودش یاد می‌دهد که عکس واقعی را از عکس دروغین تشخیص دهد. هرچه که مدل گن بیشتر یاد بگیرد، هر دو بخش‌های مولد و ممیز هم در کارشان بهتر عمل می‌کنند و هرکدام باعث می‌شود دیگری در کار خودش ماهرتر شود. دیپ‌فیک‌ها

[1] Generative Adversarial Network
[2] Generator
[3] Discriminator



شکل ۱: ساختار کلی شبکه‌های مولد تخاصمی

جعل‌هایی هستند که مولد بالاخره توانسته از زیر دماغ ممیز رد شود!

در واقع این فناوری که برای ایجاد محتوای صوتی و تصویری، متقاعد کننده و در عین حال، غیرواقعی ساخته شده است که به سرعت در حال رشد و بهبود است و انتظار می‌رود روزبه‌روز استفاده از آن گسترده‌تر شود. برنامه‌های ویرایش تصویر نظیر فتوشاپ، سال‌هاست که کاری مشابه را از طریق جعل کردن تصاویر انجام می‌دهند؛ اما چیزی که اکنون با آن روبه‌رو هستیم، مبحثی کاملاً متفاوت و نگران‌کننده‌تر از جعل عکس یک نفر در فتوشاپ است.

با پیشرفت خیره‌کننده‌ی هوش مصنوعی طی سال‌های اخیر، بسیاری از کارهایی که در گذشته سخت و ناممکن به‌نظر می‌رسیدند، ممکن شده‌اند. قبلاً کمتر کسی فکر می‌کرد که روزی بتوان محتوای یک ویدئو را به طور کلی و بدون دخالت مستقیم انسان تغییر داد؛ اما اکنون دیپ‌فیک ثابت کرده است که چنین باوری در دنیای امروز جایی ندارد و به راحتی میتوان ویدئوهایی تولید کرد که به سبب واقع‌گرایانه بودن، نتوان میان حقیقت و دروغ آن‌ها تمایزی قائل شد.

دیپ‌فیک و سقوط اخلاقیات

امروزه ویدیوهای دیپ‌فیک بسیاری از هنرمندان و افراد مشهور ساخته می‌شود و بیننده بدون آن که متوجه عدم صحت و واقعیت آن‌ها شود، محتوای آن‌ها را باور کرده و به انتشارشان در فضای مجازی دست می‌زند. در نتیجه با توجه به پیشروی بدون محدودیت این فناوری، باید گفت که به زودی تشخیص بین مرز حقیقت و دروغ کاملاً غیرممکن

شکل ۲: جای‌گذاری عکس یک نفر به عنوان شخصی دیگر

می‌شود.

فناوری دیپ‌فیک در طول ظهور و پیدایش خود، نه تنها جامعه‌ی بازیگران و سلبریتی‌ها را هدف گرفته، بلکه به حریم چهره‌های بزرگ سیاستمدار نیز تجاوز کرده است. به عنوان مثال، چندی پیش ویدئویی از باراک اوباما منتشر شد که در آن دونالد ترامپ را فردی حقیر و غیرمنطقی خطاب می‌کرد. اگرچه این ویدئو صحت نداشت و کاملاً غیرواقعی بود، اما افراد زیادی در ابتدا آن را باور کردند و به انتشار آن در فضای مجازی پرداختند. در همین راستا، رئیس‌جمهور سابق آمریکا، باراک اوباما، در خصوص تکنولوژی دیپ‌فیک اظهار نظر کرد و ابراز داشت در دنیایی که به سادگی می‌توان صحبت‌ها و ویدیوهای غیرواقعی از او ساخته و منتشر کرد، به مرحله‌ای خواهیم رسید که تشخیص مرز بین واقعیت و دروغ بسیار مشکل خواهد شد و این مطمئناً بر پایه‌های دموکراسی که بر مبنای حقیقت است نیز تأثیر خواهد گذاشت.

متأسفانه گسترش این موضوع باعث شده تا عده‌ای از این راه کسب درآمد کنند. در انجمن‌های اینترنتی، عده‌ای بابت ساخت ویدئوهای غیراخلاقی از فرد موردنظرشان، قیمتهای بالایی پرداخت می‌کنند. طبق یافته‌های واشنگتن پست، تنها در یک مورد، شخصی نزدیک به ۵۰۰ عکس از چهره‌ی فرد موردنظرش را در یکی از این انجمن‌ها آپلود کرد و بابت کار با کیفیت، پول خوبی نیز پرداخت می‌کرد. موضوع تأسف‌برانگیز این است که تاکنون هیچ قانونی برای توسل قربانیان به آن تدوین نشده است.

همانطور که مشاهده کردید در آینده‌ای نه چندان دور و با گسترش فناوری دیپ‌فیک، عملاً تشخیص مرز بین حقیقت و دروغ غیرممکن خواهد شد. علاوه بر این، تولید و فراگیر شدن نرم‌افزارهای تغییر چهره‌ی مبتنی بر دیپ‌فیک نیز هشداری جدی بر نقض حریم خصوصی کاربران هستند. باید منتظر ماند و دید که پیشرفت بی‌مهابای فناوری تا کجا بر زندگی افراد تأثیر خواهد گذاشت. دراین میان، شبکه‌های اجتماعی بزرگ نظیر فیسبوک که نقش پررنگی در انتقال اخبار دارند، هیچ عکس‌العملی نسبت به محتوای دیپ‌فیک نشان نداده‌اند؛ امری که نگرانی‌ها درباره‌ی گسترش چنین پدیده‌ای را بیش از پیش تشدید می‌کند. چنین اتفاقی، نه تنها اطلاعات نادرست را در سطح جامعه گسترش می‌دهد، بلکه پذیرش حقیقت را توسط افراد به امری سخت و ناممکن تبدیل می‌سازد. تصور کنید شبکه‌های اجتماعی پر از ویدئوهای جعلی و دروغین باشد، رهبران سیاسی کشورها حرف‌های پیشین خود را تکذیب کنند و افراد جامعه همواره نگرانی سوءاستفاده از تصاویرشان را با خود به همراه داشته باشند؛ در این صورت با جامعه‌ای بیمار و بدگمان روبهرو خواهیم شد که به همه چیز مشکوک است، سخنان رهبرانش را باور ندارد و از آن سو رهبران سیاسی کشورها نیز به سادگی و با پناه بردن به واژه‌ی دیپ‌فیک، نه تنها هیچ انتقادی را نمی‌پذیرند، بلکه حرف‌های واقعی خود را نیز تکذیب می‌کنند تا از زیرِ بار مسئولیت‌ها شانه خالی کنند. در چنین جامعه یا بهتر است بگوییم چنین جهانی، دیگر مرزی بین حقیقت و دروغ باقی نمی‌ماند، «اعتماد» به واژه‌ای مضحک تبدیل می‌شود و دروغ، خوراک روزانه‌ی همگان خواهد شد.

جمع‌بندی

شاید این دیالوگ معروف از فیلم چرنوبیل را شنیده باشید: «در چنین جهانی با هر دروغی که می‌گوییم، دیگر دِینی به حقیقت نخواهیم داشت؛ زیرا دیگر حقیقتی باقی نمی‌ماند.» مهم نیست دیپ‌فیک‌ها چقدر واقع‌گرایانه‌تر شوند یا دقت فناوری‌های ضد دیپ‌فیک تا چه حد افزایش پیدا کند؛ آسیب اصلی ناشی از این دیپ‌فیک‌ها کار انسان‌هایی است که آنها را می‌سازند، ساخته‌های دروغین را باور می‌کنند و چیزی که بدون تحقیق درست فرض کرده‌اند را نشر می‌دهند. به‌جای این که انگشت اتهام را به سمت خود فناوری دیپ‌فیک بگیریم، باید ببینیم چطور می‌توان کاری کرد که افراد در مورد چیزهایی که در اینترنت می‌بینند، با دید منتقدانه‌تری قضاوت و هنگام به‌اشتراک‌گذاری در شبکه‌های اجتماعی، هوشمندانه‌تر عمل کنند. اثرات منفی دیپ‌فیک را نمی‌توان انکار کرد؛ اما باید چشم‌هایمان را به بخش‌های مثبت‌تر هوش مصنوعی بدوزیم و پتانسیلی که دیپ‌فیک برای ایجاد روش‌های ارتباطی جدید و بهتر کردن زندگی‌هایمان دارد را به مسیر درست هدایت کنیم.

اکنون باید این سؤال را پرسید که آیا پیشرفت لجام‌گسیخته و بی‌مهابای فناوری در تمامی زمینه‌ها، ارزش این را خواهد داشت که پایه‌های

جامعه‌ی خود را نابود سازیم و آینده را بر ویرانه‌های تمدن بشری نظاره‌گر باشیم؟

مراجع

[1] Kang, Nahua. Deepfake: The good, the bad and the ugly. https://medium.com/twentybn/deepfake-the-good-the-bad-and-the-ugly-8b261ecf0f52.

تحلیل تأثیر توسعه هوش مصنوعی بر اشتغال

کنفرانس بین‌المللی مهندسی و کاربرد کامپیوتر در سال ۲۰۲۰ (ICCEA)

Analysis of the Impact of Artificial Intelligence Development on Employment

یو یانگ
دانشکده اقتصادی و مدیریت، دانشگاه جیاوتونگ
پکن، چین
مترجمان: مهلا کریمیان، فاطمه عبدالحی، آتنا صفرعابد

چکیده

در سال‌های اخیر، هوش مصنوعی به سرعت رشد کرده و به تدریج در تمام جنبه‌های زندگی شهروندی وارد شده‌است. توسعه هوش مصنوعی نه تنها موجب تحول و ارتقای اقتصاد جامعه شده، بلکه تأثیر به‌سزایی در ساختار اشتغال دارد. این مقاله روند توسعه هوش مصنوعی را طبقه‌بندی کرده، تأثیر هوش مصنوعی را بر اشتغال بررسی می‌کند و سپس اقداماتی را برای مقابله با تأثیرات منفی هوش مصنوعی بر اشتغال پیشنهاد می‌کند.

مقدمه

هوش مصنوعی (AI) یک دانش فنی جدید است که نظریه‌ها، روش‌ها، فناوری‌ها و سیستم‌های کاربردی‌ای را برای شبیه سازی، گسترش و پیشرفت هوش انسانی، تحقیق و توسعه می‌دهد. هوش مصنوعی شاخه‌ای از علوم رایانه‌ای است که سعی در درک ذات هوش و تولید نوع جدیدی از ماشین هوشمند دارد که می‌تواند به شکلی مشابه با هوش انسان پاسخ دهد. تحقیقات در این زمینه شامل رباتیک، شناخت زبان، تشخیص تصویر، پردازش زبان طبیعی و کارشناسی سیستم است.

هوش مصنوعی به طور گسترده‌ای در زمینه رایانه توسعه یافته‌است و در بازاریابی تجاری، تشخیص گفتار، یادگیری عمیق، شبکه‌های P2P و سیستم تشخیص تصویر استفاده شده‌است. هوش مصنوعی در همه اقشار جامعه نفوذ کرده‌است. برخی از فن‌آوری‌های قدیمی‌تر، اغلب به حوزه‌ها و صنایع خاص محدود می‌شوند و نمی‌توان از آن‌ها در صنایع به طور عمومی استفاده کرد، بنابراین تأثیر آن‌ها بر اشتغال بسیار محدود است. اما فناوری هوش مصنوعی متفاوت است. هوش مصنوعی بسیار گسترده است و طیف وسیعی از صنایع را در اشتغال افراد پوشش می‌دهد. برخی صنایع حتی در خطر جایگزین شدن با هوش مصنوعی روبه‌رو هستند. هوش مصنوعی امروزه یک حوزه تحقیقاتی داغ می‌باشد و موضوعی است که محققان به آن بسیار توجه می‌کنند.

توسعهٔ هوش مصنوعی

در سال ۱۹۵۶، کنفرانس دارتموث [1] برگزار شد و مفهوم هوش مصنوعی ارائه شد. در این دوره، میزان تحقیقات این عرصه در جامعه دانشگاهی بین‌المللی افزایش یافت و مبادلات دانشگاهی مکرراً انجام میشد. در دهه ۱۹۶۰، به دلیل نقص سخت‌افزاری و الگوریتمی، فناوری هوش مصنوعی در یک دوره‌ی کاهش رشد قرار گرفت. در دهه ۱۹۷۰، الگوریتم‌های جدیدی در جهت تحقیق ساخته شدند، توانایی‌های محاسباتی به تدریج افزایش یافت، کاربرد سیستم‌های تخصصی بیشتر شد و هوش مصنوعی به تدریج به موفقیت دست پیدا کرد. در دهه ۱۹۸۰، شبکه‌های عصبی به طور گسترده‌ای شناخته شدند و تحقیقات در مورد الگوریتم‌های مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی پیشرفته و قابلیت‌های سخت‌افزاری کامپیوتر به سرعت افزایش یافتند. علاوه بر این، توسعه اینترنت، هزینه‌های محاسبات هوش مصنوعی را کاهش داد و بنابراین هوش مصنوعی به طور پیوسته درحال توسعه است. در سال ۲۰۰۶، یادگیری عمیق پیشنهاد شد و هوش مصنوعی بار دیگر به پیشرفت‌های موفقیت‌آمیزی دست یافت. در دهه‌های اول قرن ۲۱، توسعه اینترنت همراه سناریوهای کاربردی بیشتری را برای هوش مصنوعی به ارمغان آورد. در سال ۲۰۱۲، الگوریتم‌های یادگیری عمیق به موفقیت بیشتری در زمینه‌ی گفتار و شناخت بصری دست یافتند.

هوش مصنوعی، به عنوان یک تحقیق پیشگامانه و یک روش و فناوری نظری که در شبیه‌سازی و گسترش هوش انسان اعمال می‌شود، علمی از علوم کاربردی است. این فناوری به یکی از سه فناوری پیشرفته قرن ۲۱ تبدیل شده‌است. خصوصیاتی مانند مصرف کم منابع مادی،

[1] Dartmouth

راندمان تولید بالا، پتانسیل رشد زیاد و زمینه‌های گسترده قابل توسعه، اکنون به یکی از نیروهای محرک در دور جدید اصلاحات صنعتی تبدیل شده‌اند و همچنین انرژی عظیم انباشته شده در انقلاب‌های قبلی علمی و فناوری، پتانسیل تغییرات صنعتی را آزاد کرده و یک موتور قدرتمند جدید ایجاد می‌کنند. بنابراین، همه کشورهای جهان به طور فعال در حال کاوش هوش مصنوعی هستند تا در فرآیند رسیدن به دور جدیدی از سلطه و تاثیرگذاری در عرصه‌های اقتصاد و فناوری، نقش بزرگتری در تولید اقتصادی و اجتماعی داشته باشند.

تاثیر هوش مصنوعی بر روی بهره‌وری

هوش مصنوعی می‌تواند جایگزین کار فیزیکی و ذهنی شود. این ویژگی جهانی با انقلاب‌های قبلی علمی و فناوری امکان‌پذیر نیست. موسسه تحقیقاتی BCG Ali مجموعه‌ای از داده‌ها را منتشر کرده‌است که بر طبق آن، طی ۵ سال آینده ۷.۱ میلیون شغل به دلیل ورود عصر هوش مصنوعی از بین خواهد رفت. ۷۰۲ شغل و ۴۷ درصد مشاغل ممکن است با هوش مصنوعی جایگزین شوند.

تاثیر جایگزینی هوش مصنوعی بر روی استخدام

از تاثیرات جایگزینی هوش مصنوعی بر روی ساختار شغل‌های جامعه میتوان به گستردگی علم هوش مصنوعی در زمینه‌های مختلف همانند: بهبود مراقبت‌های پزشکی، افزایش یادگیری (خودآموزی) و همچنین افزایش خرده‌فروشی‌های موثر تا تولید ماشین‌های خودکار اشاره کرد. سازمان اقتصاد جهانی پیش‌بینی کرده در سال ۲۰۲۰ توسعه‌ی هوش مصنوعی باعث کاهش ۵ میلیون از شغل‌های بشریت می‌شود. این واقعه منجر به بیکاری تعداد زیادی از افراد حرفه‌ای خواهد شد. این فرایند به اصطلاح بیکاری افراد حرفه‌ای به علت پیشرفت تکنولوژی است. به طور خلاصه یعنی با بیشتر شدن ابزارآلات پیشرفته، آن‌ها جایگزین نیروی انسانی در چرخه‌ی تولید می‌شوند که این با افزایش بیکاری برابر است.

(۱) بیشتر فرصت‌های شغلی حرفه‌ای تک‌نفره، شغل‌های طاقت‌فرسا مخصوصا شغل‌های رایج و یا شغل‌های نیازمند به دقت بالا که نمی‌توان به صورت دستی آن‌ها را کنترل کرد، ممکن است که توسط ماشین‌ها جایگزین شوند.

(۲) البته هوش مصنوعی جایگزین تمام شغل‌هایی که درآمد نسبتاً پایینی دارند نمی‌شود اما با توجه به اطلاعات جمع‌آوری‌شده، عملکرد انسانی در بعضی از حوزه‌های کاری به خوبی هوش مصنوعی نیست. در آینده اپراتورهای خودکار ممکن است جایگزین کارمندها، کارکنان اجرایی، منشی‌ها، پزشکان، دستیاران و یا پردازشگران اطلاعات مکانیکی شوند.

ظ بنا بر تحقیقات ۲۰۱۷ مک کلاسی، میزان ریسک تعویض کارمندان چینی با هوش مصنوعی نزدیک به ۵۱.۲ درصد است. این آمار در آمریکا ۴۵.۸ درصد می‌باشد. ۵۱ درصد از شغل‌ها در کشور چین که پتانسیل اتوماسیون دارند، در حوزه‌های پزشکی، حمل و نقل صنعتی و سرویس‌دهنده‌ها متمرکز شده‌اند. بنا بر تحقیقات pwc هوش مصنوعی و تکنولوژی‌های مرتبط با آن احتمال دارد در ۲۰ سال آینده جایگزین نزدیک به ۲۶ درصد از شغل‌های موجود در چین و ۲۰ درصد شغل‌ها در آمریکا شود.

تاثیرات خلاقانه هوش مصنوعی در حوزه استخدام

اگرچه در انقلاب تکنولوژی جدید نابودی بعضی از شغل‌های رایج ممکن است، این انقلاب فرصت‌های جدید شغلی‌ای را به همراه آورده که باعث می‌شود میزان سرعت رشد بیشتر شود و همچنین تعداد بسیاری از شغل‌ها افزایش یابد. یک نرم‌افزار سطح بالا از هوش مصنوعی امکان دارد کیفیت زندگی انسان را بهبود دهد و ساختار زندگی او را عوض کند. فایده این تکنولوژی جدید تنها بهبود دادن شغل‌ها و ارتقا دادن توسعه بهره‌وری نیست، بلکه یک تاثیر و نفوذ قوی بر روی کارگران، کارمندان و حتی جامعه دارد.

در ابتدا، پیشرفت سریع هوش مصنوعی شغل‌های جدیدی را به علت ارتقای تاثیرگذار بر روی پیشرفت‌های اجتماعی و اقتصادی به همراه دارد. انسان با بهره بردن از هوش مصنوعی که می‌تواند به کنترل دستگاه‌های پیچیده در محیط کار کمک کند؛ می‌تواند زمان بیشتری را بر روی کارهای خلاقانه که فقط توسط انسان (نه ماشین) انجام می‌شود تمرکز کند. پیشرفت هوش مصنوعی، کارایی شغل‌ها را بهبود داده و باعث افزایش درخواست‌ها و کاهش هزینه‌ها شده‌است.

بنابر تحقیقات pwc، نرم‌افزارها و ترفیعات حاصل از تکنولوژی هوش مصنوعی، فرصت‌های شغلی بیشتر و زیادتری خواهند ساخت. تاثیر و نفوذ شبکه‌ی اینترنتی هوش مصنوعی بر روی شغل‌های چینی‌ها، ایجاد نزدیک به ۹۰ میلیون شغل اینترنتی در ۲۰ سال آینده را به دنبال خواهد داشت. اطلاعات استخدام شغلی روی وب‌سایت zhillian و بقیه وب‌سایت‌های استخدام نشان می‌دهد که تقاضا برای هوش مصنوعی نزدیك به ۱۷۹ درصد در نیمه اول سال ۲۰۱۷ افزایش یافته‌است.

تاثیرات دوقطبی شدن هوش مصنوعی بر روی بخش اشتغال

بیشتر دانشمندان بین‌المللی اعتقاد دارند که ساختار استخدام کارگران از روی اجبار نشان‌دهنده یک مسیر دوقطبی شده‌است و درخواست برای شغل‌های پرطرفدار و پردرآمد و همچنین شغل‌های فیزیکی با درآمد کم رو به افزایش است. با توجه به نتیجه‌ی کم شدن شغل‌های رایج با درآمد متوسط، کارگرانی با درآمد کم و متوسط با ریسک‌های بزرگتری در جایگزینی شغل‌هایشان با هوش مصنوعی روبه رو می‌شوند.

به بررسی دلایل دوقطبی شدن شغل‌ها می‌پردازیم:

از یک‌سو، این به علت تفاوت در ماهیت شغل‌هاست؛ هوش مصنوعی اساساً جایگزین شغل‌های تکراری، شغل‌های خاص وشغل‌هایی با درآمد متوسط می‌باشد. به علاوه، طبق تجزیه و تحلیل سود و زیان‌ها؛ سود جایگزینی هوش مصنوعی با کارگران با مهارت متوسط که بیشتر و تکنیکی‌تر هستند بیشتر است. در نتیجه هوش مصنوعی احتمالاً اول از همه جایگزین کارگرانی با درآمد متوسط می‌شود. اگرچه، شغل‌های خلاقانه که روش مشخصی ندارند به آسانی قابل جایگزینی در مدت زمان کوتاه نخواهند بود. بنابراین تاثیر هوش مصنوعی بر روی انواع شغل‌ها دوقطبی است. از سوی دیگر، جانشینی هوش مصنوعی بر روی شغل‌هایی با درآمد متوسط فشارهایی را بر روی آن‌ها به وجود می‌آورد. کارگران با درآمد متوسط با کارگران پردرآمد و کارگران کم‌درآمد جابه‌جا خواهند شد و تعداد کارگران پردرآمد و کم‌درآمد افزایش خواهد یافت.

به علاوه، پیشرفت‌های تکنولوژی مسیری مستقیم برای کارگران با مهارت بالا ایجاد می‌کند که این مسئله در پیامدهای دوقطبی شدن بر روی شغل‌های مختلف تاثیرگذار است. در آینده‌ای نزدیک، که روند تکنولوژی به سوی بهبود ادامه دارد و اپلیکیشن‌های هوش مصنوعی بیشتر گسترده خواهند شد و پدیده دوقطبی شدن اشتغال احتمالاً تغییر خواهد کرد؛ جانشینی هوش مصنوعی برای اشتغال تنها محدود به کارگران با درآمد متوسط نمی‌شود، بلکه بیشتر جایگزین کارگران کم‌مهارت خواهد شد؛ اما برای کارگران ماهر در برابر پیشرفت‌های هوش مصنوعی آسیب‌پذیری کمتری وجود دارد.

پیش‌گیری از تأثیر هوش مصنوعی بر اشتغال

آ) محدودسازی اثرات جایگزینی هوش مصنوعی بر اشتغال:

از یک سو، لازم است تا جرئت مخاطرهٔ کارآفرینانه و روحیهٔ پیشگامانه کارآفرینان برانگیخته شود و ویژگی‌های شخصی آنان با حس کنجکاوی قوی ترکیب شده تا از سرکشی‌های فناوری‌های موجود عبور کنیم. همچنین با توسعهٔ زنجیرهٔ صنعتی، ارتقای ارزش افزودهٔ محصول، غنی‌سازی انواع محصول و پژوهش در حوزه‌های جدید، گران‌ترین محصولات و خدمات همراه با پیشرفت تخصصی بر اساس فناوری فعلی باید با جدیت تأمین شود تا موقعیت‌های شغلی افزایش یافته و سطح اشتغال ترفیع داده شود. از سوی دیگر لازم است کیفیت و توانایی جامع کارگران اصلاح شود و برای تعلیم مهارت‌های شغلی آینده‌نگرانه، [2]یک نظام آموزش حرفه‌ای بی‌عیب تأسیس گردد و برای سازگاری با توسعهٔ مداوم هوش مصنوعی، ویژگی بی‌جایگزینی[3] شغل‌های شخصی افزایش داده شود.

ب) تقویت تأثیرات خلاقانهٔ هوش مصنوعی بر اشتغال:

تأثیر هوش مصنوعی بر ساختار اشتغال را بطور علمی تحلیل کنید و نظارت هوش مصنوعی و ارزیابی جایگزینی اشتغال را فعالانه انجام دهید. قبل از هرچیز، پیش‌داوری دربارهٔ کاربرد فناوری هوش مصنوعی را افزایش دهید و موارد استفادهٔ آن را با روشی برنامه‌ریزی شده و سازمان‌یافته ترویج کنید. در چارچوب کلی، نقش کامل را به عملگرهای بازار دهید، مشاغل را سازمان‌دهی مجدد کنید و بازسازی نمایید. دوم، قانون ارزیابی صنعتی را رعایت کنید، بر ترفیع و استفاده از هوش مصنوعی تمرکز کنید، نوآوری و کارآفرینی را با قوت ترویج دهید و وسائط حمل و نقل صنعتی نوظهور که توسط هوش مصنوعی پشتیبانی می‌شود را بهینه‌سازی کنید. سوم، برنامه‌ریزی توسعهٔ شهری را بهبود ببخشید و برای هوش مصنوعی دورهٔ تکوین و تضمین‌های توسعهٔ شتاب‌دار ارائه کنید. انتقال نیروی انسانی به شکل جدید هوش مصنوعی را از لحاظ سیاسی تشویق و حمایت کنید.

پ) افراد حرفه‌ای در هوش مصنوعی پرورش دهید:

ما در مواجهه با سیر توسعهٔ هوش مصنوعی، بطور جدی در حال ایجاد بسترهایی برای تقویت معرفی و آموزش استعدادهای هوش مصنوعی هستیم. در پاسخ به چالش‌ها و الزامات هوش مصنوعی بر اشتغال، اصلاح نظام و ساز و کار استعداد را عمیق‌تر کنید، از سیاست‌های موجود از قبیل «طرح هزار استعداد[4]» استفاده نمایید، به دستگاه‌ها و فضاهای شتاب‌دهی گوناگون اعتماد کنید و باارزش‌ترین استعدادهای هوش مصنوعی و استعدادهای نوآور و کارآفرین را جذب کرده و پرورش دهید. بسترهای صنعتی را مورد استفاده قرار دهید، همکاری مدرسه–شرکت را تشویق کنید،

[2]Forward-Looking Vocational Skills
[3]Irreplaceability
[4]Thousand Talents Plan

دانشگاه‌های مربوطه را حمایت نمایید تا ایجاد رشته‌های مربوط به هوش مصنوعی را تقویت کنند، مدارس حرفه‌ای را راهنمایی کنید تا استعدادهای ماهر مورد نیاز فوری برای توسعهٔ صنعتی را پرورش دهند و یک نظام مستعد در سطوح مختلف بنا کنید. مؤسسات و نمایندگی‌های خدمات صنعتی را تشویق کنید که در ایجاد طرح‌های تعلیم و پیشبرد استعداد نوع جدید تسریع نمایند و ساز و کارهای مربوطه را بهبود بخشند و همچنین تعدادی از استعدادها و تیم‌های مرکب که بر کاربردهای هوش مصنوعی تسلط می‌یابند را تعلیم داده و خلق کنند.

ت) نظام خدمات اشتغال را بهبود دهید:

تکیه بر شرکت‌های خدماتی منابع انسانی موجود، از قبیل شبکه‌های اطلاعات شغلی و بنگاه‌های شغل‌یابی و کاریابی شخص ثالث برای بهبود و تکمیل شبکهٔ اطلاعات بازار کار و نظام خدمات، ایجاد موقعیت‌های استخدام شرکت‌ها و حرفه‌های دارای ارتباط نزدیک با روباتیک و سایر فناوری‌ها و بسترهای اطلاعاتی حرفه‌ای برای کاریابی و استخدام مجدد نیروی کار باکیفیت برای تقویت عملکرد خدماتی چارچوب اطلاعاتی استعدادها موثر می‌باشند. سازمان‌های محلی در صورت امکان تشویق می‌گردند روبات‌ها، هوش مصنوعی و سایر استعدادها را توسعه دهند و برای شکل‌دهی پایگاه داده‌های ملی درخواست مسیردهی کنند. قابلیت‌های خدماتی بازار کار را استانداردسازی کرده و بهبود بخشید، مجموعهٔ اطلاعات مورد تقاضا برای موقعیت‌های سطح پایین و متوسط در شرکت‌ها و خدمات عمومی را تقویت نمایید و انتقال مشاغل نیروی کار سطح پایین و متوسط را بطور فعال و مؤثر به انجام رسانید. برای تقویت راهنمایی شغلی لازم است تلاش‌هایی انجام گیرد تا موقعیت‌های آینده و دستورالعمل‌های جدید استخدام به کارکنانی که بطور بالقوه با روباتیک سازگار هستند مشخص شود و برای کارکنانی که با فناوری‌های جدید موقتاً ناسازگار شده‌اند رسانه‌های جدید نشان داده شود. یک نظام پیونددهی مؤثر از راهنمای شغلی–اطلاعات استخدام–معرفی شغل، تشکیل خواهد شد تا هزینه‌های انتقال و جستجو کاهش یابد.

ث) نقش مکانیزم تنظیم بازار را بازی کنید:

در روند تأثیر هوش مصنوعی بر اشتغال اجتماعی، بازار نقش نظارتی بسیار خوبی داشته‌است. عملکرد طبیعی مکانیزم بازار این است که اثرات مخرب هوش مصنوعی بر اشتغال اجتماعی را به اثرات مثبت بلند مدت تبدیل کند. دولت باید به کنترل کلان اهمیت دهد و برای آن معیارهای مؤثری اتخاذ کند، کارگران را به حفظ نشاط حرفه‌ای تشویق کند و از سیاست‌های گوناگونی استفاده کند تا استخدام مجدد تحقق یابد. کارگران باید تدابیر شغلی خود را تغییر دهند و دائماً بکوشند از طریق سخت‌کوشی، خصوصیات شخصی خود را بهبود بخشند، تا دانش علمی و فرهنگی و فناوری شغلی را بیاموزند و خطر بیکاری همیشگی را کاهش دهند. جایگزینی مشاغل اجتماعی با فناوری نه تنها به معنای «فاجعه» برای کارگران نیست، بلکه رهاسازی بزرگ نیروی کار است که حقوق کارگران را بطور کامل‌تری تضمین خواهد کرد. از این رو، جای نگرانی بیش از حد در مورد بیکاری نیست.

ج) نظام تأمین اجتماعی[5] را بهبود ببخشید:

از کلان‌داده‌ها[6] استفادهٔ کامل کنید، یک چارچوب نظارتی از اطلاعات جامع استخدامی ملی بسازید، بر تغییرات استخدامی بلادرنگ[7] در مناطق کلیدی، جمعیت‌های کلیدی و موقعیت‌های کلیدی نظارت کنید، اطلاعات وضعیت استخدامی را بطور منظم یا نامنظم انتشار دهید و هشدارها، پیش‌بینی‌ها و پیش‌نمایی‌های استخدامی تهیه کنید.
نظام تأمین اجتماعی را با روشی به‌هنگام اصلاح کرده و بهبود دهید تا از مسائل اجتماعی استخدامی که ممکن است بخاطر رشد سریع AI[8] به وجود آید محافظت کنید. این انقلاب صنعتی که توسط AI، اقتصاد اشتراکی[9]، فناوری اینترنت و صنایع مرتبط ارائه شده‌است، باعث شده‌اند که انواع اشتغال بطور فزاینده‌ای نامتمرکز، متنوع، سیال و غیررسمی شوند. لیکن قوانین و مقررات مرتبط موجود فاقد اساس‌نامه‌ها و تعاریفی شفاف برای اشتغال انعطاف‌پذیر هستند، که منجر به ناتوانی وکلای حرفه‌ای در احراز حمایت‌های قانونی مؤثر می‌شود و شکافی بین اشتغال رسمی و تأمین اجتماعی و رفاه اجتماعی به وجود می‌آورد. ممکن است تحول سریع فناوری‌های جدید خطرات بالقوهٔ بیکاری در مقیاس بزرگ را به همراه داشته باشد. لازم است یک نظام جامع امنیت اجتماعی و سیاست‌های حمایت از بیکاری ایجاد شود تا از مسائل ناشی از خطرات اجتماعی محتمل که توسط بیکاری به وجود آمده‌است و شکافی بین غنی و فقیر پدید می‌آورد جلوگیری شود.

[5]Social Security System
[6]Big-Data
[7]Real-Time
[8]Artificial Intelligence
[9]Sharing Economy

نتیجه‌گیری

هنوز محدودیت‌های بسیاری در زمینهٔ توسعهٔ فناوری هوش مصنوعی وجود دارد. اکنون، هوش مصنوعی تنها می‌تواند جایگزین بخشی از کارهای دستی خطرناک و تکراری شود. در آینده نیز هوش مصنوعی بطور کامل جایگزین اشتغال آدمی نخواهد شد و با انسان همکاری خواهد کرد؛ بنابراین کارگران می‌توانند بیشتر بر کارهای فکری تمرکز کنند. وضعیت جایگزینی گسترده و تمام‌عیار هوش مصنوعی در مشاغل انسانی، بصورت متمرکز اتفاق نخواهد افتاد. در عین حال، با توسعهٔ هوش مصنوعی، صنایعی که آن را هدایت می‌کنند تعداد زیادی شغل جدید، از قبیل صنایع خدماتی و مشاغل خلاق‌تر نیز برای افراد ایجاد می‌نمایند. هوش مصنوعی همچنین کیفیت اشتغال و تجربهٔ کاری را بهبود بخشیده و ساختار شغلی را تغییر داده‌است. در آینده تقاضای بیشتری برای کارمندان در کارهای فکری وجود خواهد داشت. کار سادهٔ جسمی و ذهنی را می‌توان با هوش مصنوعی جایگزین کرد، اما چالش‌ها و فرصت‌هایی که توسط هوش مصنوعی به ارمغان آورده شده‌اند، هنوز باید به‌طور فعال مورد توجه قرار گیرند. در مورد مشاغلی که متأثر از هوش مصنوعی هستند و تحت فشار قرار گرفته‌اند، باید مشارکت آن‌ها را در مشاغل جدید، از قبیل مشاغل نوظهور صنایع خدماتی که محیط هوش مصنوعی پدید آورده‌است، به‌موقع سازمان‌دهی کرد. افراد باید منابع دانش و قابلیت‌های نوآوری خود را بهبود بخشند و تفکر خلاقانه را در کار خود اعمال کنند. از طریق ایجاد سیستم‌های آموزش استعدادها و روش‌هایی دیگر، کارکنان فکری بیشتری تعلیم دهید و در کار آن‌ها، نقش کامل را به خلاقیت‌های منحصربه‌فرد انسان دهید. با شیوه‌های جدید اشتغال در محیط نوین، بهتر سازگار شوید.

توسعه و کاربرد فناوری هوش مصنوعی را نمی‌توان متوقف کرد و بطور حتم، هوش مصنوعی توسعهٔ تمدن صنعتی انسان را به سطحی بالاتر ارتقا خواهد داد. ما باید ساختار اشتغال را بهبود بخشیم و رقابت صنعتی را افزایش دهیم تا از عهدهٔ چالش‌های انقلاب صنعتی جدید و عصر هوش مصنوعی برآییم.

کاربرد بیوانفورماتیک در پزشکی

مهسا سعادت

بیوانفورماتیک یک علم میان رشته‌ای است که زیست شناسی و فناوری اطلاعات را با هم ترکیب می‌کند. کاربرد آن شامل مطالعه توالی‌های مولکولی و داده‌های ژنومیک است. به بیان ساده‌تر، بیوانفورماتیک شامل استفاده از فناوری رایانه برای مدیریت حجم زیادی از اطلاعات بیولوژیکی است. بیوانفورماتیک در پزشکی نیز کاملاً مفید شناخته شده است زیرا تعیین توالی کامل ژنوم انسان به بررسی تاثیر ژنتیکی در بسیاری از بیماری ها کمک کرده است. کاربردهای بیوانفورماتیک در پزشکی شامل کشف دارو، پزشکی شخصی، پزشکی پیشگیر و ژن درمانی است.

- طراحی و کشف دارو

کشورهای در حال توسعه بیشترین میزان مرگ و میر ناشی از بیماری‌های عفونی را ثبت می‌کنند و این امر به دلیل در دسترس نبودن داروها و در صورت وجود هزینه‌های بالای مربوط به داروها است. یکی از اصلی‌ترین مسائلی که برای کشف دارو وجود دارد، تولید داروهای ارزان و کارآمد برای یک بیماری است که می‌تواند با استفاده از بیوانفورماتیک حل شود. همچنین، روند شناسایی هدف دارو و غربالگری نامزدهای دارویی نیز می‌تواند تسریع شود و داروهای ایمن‌تر و موثرتر بر اساس مدل‌سازی و شبیه‌سازی مولکولی تولید شوند. یک داروی مطلوب یک ماده شیمیایی است که بدون اینکه عوارض جانبی شدید در بیمار ایجاد کند، علائم بیماری را کاهش می‌دهد. از دیگر خواص داروی مطلوب می‌توان به مقرون به صرفه بودن و سودآوری آن برای شرکت‌های دارویی، احتمال کم مقاومت در برابر دارو و اثر مخرب کم بر محیط زیست (به عنوان مثال عدم فعال سازی مجدد توسط گونه‌های باکتریایی پس از استفاده‌ی انسان) اشاره کرد. بنابراین، داروی مطلوب دارویی است که نه تنها با عوارض جانبی اندکی اثرگذار باشد، بلکه دارای اثر منفی طولانی مدت بر روی بیمار، جامعه و محیط نیز نباشد. بیوانفورماتیک می تواند کشف داروهای مطلوب را تسهیل کند. بدین صورت که محققان در کشف دارو از داده‌های مولکولی با کارایی بالا برای مقایسه بین ناقل‌های علائم(مانند بیماران و مدل‌های بیماری حیوانی) و کنترل‌های طبیعی استفاده می‌کنند. اهداف کلیدی این مقایسه‌ها بررسی موارد زیر است: ۱) ایجاد رابطه بین علائم بیماری و جهش‌های ژنتیکی، اصلاحات اپی ژنتیکی و سایر عوامل محیطی که بیان ژن را تنظیم می‌کنند. ۲) شناسایی اهداف دارویی‌ای که می‌توانند عملکرد سلول را بازیابی کنند یا سلول‌هایی با عملکرد مخرب (به عنوان مثال سلول‌های سرطانی) را از بین ببرند. ۳) پیش‌بینی یا اصلاح کاندیدهای دارویی که می‌توانند برای دست‌یابی به نتیجه درمانی طراحی شوند و عوارض جانبی را به حداقل برسانند. ۴) ارزیابی تأثیر بر سلامت محیط و پتانسیل مقاومت به دارو.

- پزشکی شخصی

پزشکی شخصی نوعی مراقبت پزشکی است که در آن درمان به صورت جداگانه برای بیمار تنظیم می‌شود. این امر، امکان‌پذیر است زیرا انسان‌ها از نظر ژنتیکی با یکدیگر متفاوت هستند. مشخصات ژنتیکی بیمار می‌تواند به پزشک کمک کند تا حساسیت به بیماری‌های خاص را پیش بینی کرده و دارویی موثر، با دوز مناسب و به همراه حداقل عوارض جانبی را انتخاب کند. این داروها در درمان‌های شخصی سرطان، بیماری های مرتبط با دیابت و HIV استفاده می‌شوند. پزشکی شخصی می‌تواند بسیاری از عوارض جانبی منفی ناشی از درمان‌های استاندارد را ریشه‌کن کرده، واکنش‌های آلرژیک را کاهش یا از بین ببرد، هزینه‌های مراقبت‌های بهداشتی را کاهش داده و از طریق درمان‌های موثرتر رنج بیمار را کاهش دهد. رابطه بین داده‌های مولکولی مربوط به یک بیمار و فنوتیپ بیماری آن‌ها پیچیده است و به صورت دستی قابل تعیین نیست. بنابراین روش‌های بیوانفورماتیک که مبتنی بر کامپیوتر هستند، نقشی اساسی در تفسیر داده‌های مولکولی و به عنوان ابزاری برای ارائه توصیه‌های پزشک معالج ایفا می‌کنند. از این رو بیوانفورماتیک یک مولفه‌ی ضروری در تحقیقات اولیه به منظور توسعه مفاهیم جدیدی برای تشخیص و درمان بیماری تلقی می‌شود. بیوانفورماتیک در پزشکی شخصی برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از تعیین توالی ژن یا تجزیه و تحلیل بیان ژن ریزآرایه‌ای در جستجوی جهش‌ها یا انواع ژن‌ها استفاده می‌شود که می‌تواند در پاسخ بیمار به داروی خاص تأثیر بگذارد یا پیش‌بینی‌های بیماری را اصلاح کند. برای انجام پزشکی شخصی در عمل، ابتدا باید ژنوم هر بیمار به داده‌های دیجیتالی ترجمه شود و سپس در صورت لزوم پردازش، ذخیره و بازیابی شود. بنابراین استفاده از بیوانفورماتیک در پزشکی شخصی ضروری است.

- پزشکی پیشگیر

پزشکی پیشگیر بر سلامت افراد، جوامع و جمعیت‌های مشخص، تمرکز می‌کند. به این صورت که از روش‌های مختلف تحقیقاتی از جمله آمار زیستی، بیوانفورماتیک و اپیدمیولوژی، برای درک الگوها

و دلایل سلامتی و بیماری و تبدیل چنین اطلاعاتی به برنامه‌هایی که برای جلوگیری از بیماری، ناتوانی و مرگ طراحی شده‌اند، استفاده می‌کند. یک نمونه از داروهای پیشگیری، غربالگری نوزادان بلافاصله پس از تولد برای اختلالات سلامتی، از جمله بیماری‌های ژنتیکی یا اختلالات متابولیکی است که قابل درمان هستند اما از نظر بالینی در دوره‌ی نوزادی متولد نمی‌شوند. برای توسعه این چنین آزمایش‌های غربالگری برای شناسایی بیماری در مراحل اولیه، محققان از ابزارهای بیوانفورماتیک برای تجزیه و تحلیل داده‌های ژنومیک، پروتئومیکس و متابولومیک برای نشانگرهای زیستی بیماری استفاده می‌کنند.

- ژن درمانی

ژن درمانی روشی برای جایگزینی ژن‌های معیوب با ژن‌های دارای عملکرد در سلول‌های بیمار است. ژن درمانی به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار نگرفته است زیرا به دلیل یکتا بودن مشخصات ژنتیکی هر فرد ایجاد یک روش ژن درمانی عمومی بسیار پیچیده است. بیوانفورماتیک با در نظر گرفتن مشخصات ژنتیکی هر فرد می‌تواند به شناسایی بهترین مکان هدف ژن برای او کمک کند. این امر می‌تواند خطر عوارض جانبی ناخواسته را کاهش دهد.

مراجع

[1] Kachroo, Shivani and Gowder, Sivakumar JT. Gene therapy: An overview. gene technology 5:1. *Current Topics in Medicinal Chemistry*, 46(15):785–788, 2016.

[2] Prof. M. Ravichandran, Dean. What is bioinformatics and how it is used in medicine?

[3] Valeska, Margareta, Adisurja, Gabriella, Bernard, Stefanus, Wijaya, Renadya, Hafidzhah, Muhammad, and Parikesit, Arli Aditya. The role of bioinformatics in personalized medicine: Your future medical. *Current Topics in Medicinal Chemistry*, 46(15):785–788, 2019.

[4] Xia, Xuhua. Bioinformatics and drug discovery. *Current Topics in Medicinal Chemistry*, 17(15):1709–1726, 2017.

ایده‌ای که بیست سال به آن بها داده نشد

محمدرضا باطنی

جفری اورست هینتون، دانشمند شاخص علوم کامپیوتر، موسس Google Brain و برنده‌ی جایزه تورینگ (نوبل علوم کامپیوتر) در سال ۲۰۱۸ و استاد دانشگاه کارنیگ ملون، کالیفرنیا، لندن و تورنتو است که به عنوان پدرخواندهٔ یادگیری عمیق شناخته می‌شود.

او به دلیل مشکلی که از ناحیه کمر داشت، حدود ۲۰ سال قادر به نشستن نبود و در تمام این سالها همه فعالیت‌های خود را ایستاده انجام می‌داد.

جفری هینتون در خانواده‌ای علمی به دنیا آمد. پدر او از نوادگان جرج بول، ریاضی‌دان و فیلسوف مبدع جبر بولی بود و به گفته خود او، زمانی که تنها ۷ سال داشت بود متوجه شد که قرار است تا PHD ادامه دهد.

او ابتدا روانشناسی تجربی را برای تحصیل در مقطع لیسانس انتخاب کرد اما بعد از دانشگاه به حرفه نجاری رو آورد و به نقل از خودش: «من از دانشگاه ناامید شدم و تصمیم گرفتم که یک نجار شوم.» او در آن زمان ۲۰ سال داشت و یک سال به این کار ادامه داد.

در سال ۱۹۷۲ زمانی که تصمیم داشت مجدداً به نجاری مشغول شود، از یک برنامه هوش مصنوعی در دانشگاه اِدینبرو آگاه شد و برای دنبال کردن دکترا به آنجا تغییر مکان داد. استاد راهنمای او به تحقیقات مبتنی بر منطق علاقه‌مند بود ولی هینتون روی شبکه‌های عصبی مصنوعی تمرکز کرد، تحقیقی که عقیده داشت مدلی بهتر برای شبیه سازی افکار اوست. برای همین نتوانست به فعالیت در دانشگاه ادینبرو ادامه دهد و برای گذراندن دوره پسادکترا به آمریکا بازگشت و با چند روانشناس شناختی مشغول به کار روی ایده خود شد. قصد داریم در این متن به روند توسعه این ایده اشاره کنیم:

در سال ۱۹۵۷ بود که یکی از مهم‌ترین عناصر یادگیری ماشین، یعنی پرسپترون توسط «فرانک روزنبلت» ابداع شد.

الگوریتمی که ابتدا بسیار جذاب بود و سعی در کلاس‌بندی تعدادی شیء با دیدن تعدادی نمونه داشت. اما هر چه گذشت، محدودیت‌های پرسپترون بیشتر نمایان شدند، برای مثال در مسائلی که کمی پیچیدگی بیشتری داشتند، امکان مشخص کردن کلاس‌ها وجود نداشت؛ تا جایی که حدود ۱۰ سال، به پرسپترون رجوع نشد و این الگوریتم در حال فراموشی بود.

به طور کلی، پرسپترون، واحدهای مستقل یادگیری در شبکه عصبی امروزی‌ست، می‌توان آن‌ها را به نورون‌های عصبی تشبیه کرد و پرسپترون معرفی شده توسط روزنبلت شامل یک تک نورون بود که قدرتی ندارد.

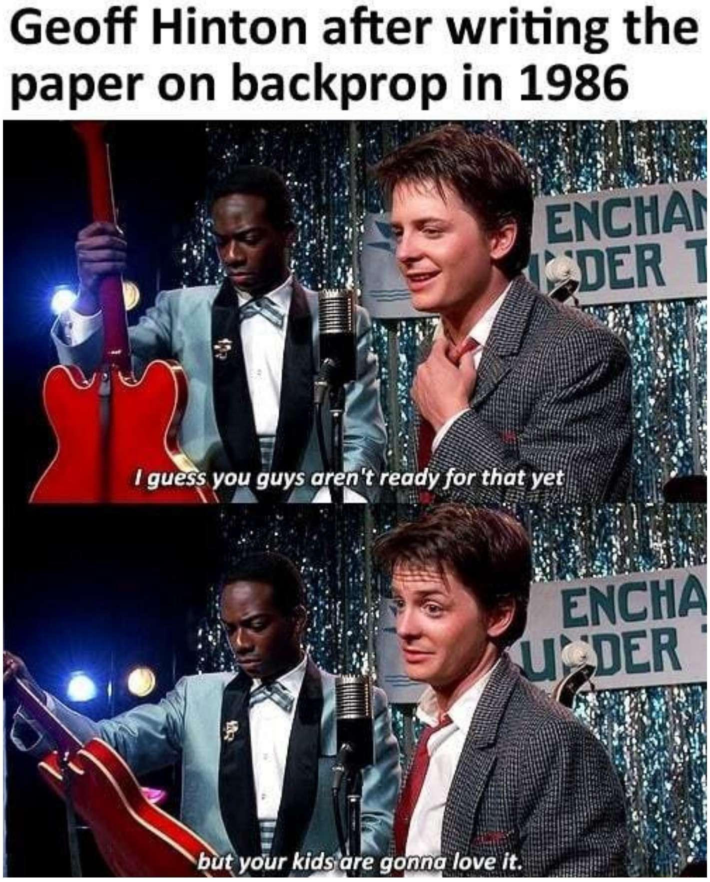
به دلیل قدرت کمی که در آن مشاهده شد در حال فراموش‌شدن بود، اما هینتون به کار خود ادامه داد و به ایده خود، که توسعه پرسپترون بود، ایمان داشت. در مصاحبه‌ای از هینتون پرسیده شد که چه چیزی موجب شد برخلاف نظرات سایر افراد به کار خود ادامه دهید و وی پاسخ داد: «ایمان به این که همه آن‌ها در حال اشتباه هستند!»

سال‌ها مشغول کار بر روی ایده خود بود و ایمان داشت که ماشین‌ها توانایی یادگیری دارند. وی تکه‌های گم‌شده پازل روزنبلت را کامل کرد و به ایده Backpropagation رسید. در نهایت در سال ۱۹۸۶ موفق به حل مسئله شد و سپس مقاله خود را با همکاری یک روانشناس شناختی به نام رونالد ویلیامز منتشر کرد.

مسئله کاملاً حل شده بود اما همچنان مورد استقبال قرار نگرفت. هینتون به دلیل اعتقادات شخصی خود، حاضر به همکاری با ارتش نشد. فکر و ایده او از زمانهٔ خود فراتر بود و کامپیوترهای آن زمان ضعیف‌تر از آن بودند که توانایی پردازش ایده‌های او را داشته باشند بنابراین هیچ کاربردی از ایده او دیده نشد.

این موضوع برای هینتون بسیار سنگین بود. وی سال‌ها تلاش کرد تا ایده خود را معرفی کند و به همین دلیل به مناطق مختلف جهان سفر کرد اما همچنان ایده او مورد استقبال قرار نگرفت. وی حتی در کنفرانس‌های علمی مختلف حاضر می‌شد اما نادیده گرفته می‌شد. مقدر بود تا او ۲۰ سال بعد دنیا را تغییر دهد. در ۳۹ سالگی، او تنها شخصی بود که به ایده خود ایمان داشت اما سرانجام در سال ۲۰۰۶، بالاخره بعد از ۲۰ سال تمام، کامپیوترهای روز قدرت پردازش ایده‌های هینتون را به دست می‌آورند و این کار در چند زمینه، مانند پردازش تصویر، مورد

استفاده قرار گرفت. در بین تعجب همگان، ایده شبکه‌های عصبی که تا آن روز مغفول مانده بود، روز به روز کاربردهای خود را بیشتر نشان داد و محصولات بیشتری مبتنی بر آن ساخته شد. تا جایی که بخش زیادی از دنیای امروز ما بر اساس همین شبکه عصبی بنا شده است.

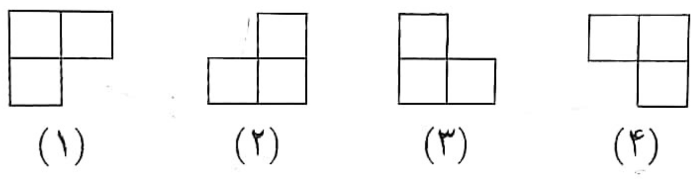


شرکت هینتون به ارزش ۴۴ میلیون دلار به فروش رسید و خود او در گوگل به فعالیت‌های خود ادامه داد. چند سال بعد، در سال ۲۰۱۸، بزرگ‌ترین جایزه علوم کامپیوتر (جایزه تورینگ) به دلیل فعالیت‌های هینتون در زمینه شبکهٔ عصبی مصنوعی به وی اهدا شد.

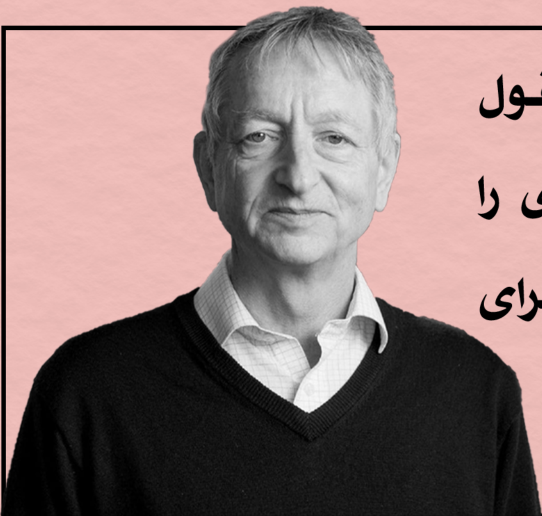
دکتر پاتریک وینسون، از اساتید دانشگاه MIT : «وقتی مشغول کار بر روی ایده‌ای هستید و همه اطرافیانتان با ایده شما مخالف هستند، به احتمال زیاد مشغول کار بر روی ایده مهمی هستید.»

مسئله‌بازی

صفحه شطرنجی m*n با موزاییک‌های زیر فرش شده است. این موزاییک‌ها به چهار صورت ممکن که در شکل نشان داده شده در صفحه شطرنجی قرار می‌گیرند. اگر تعداد موزاییک‌های به کار رفته از نوع اول و دوم به ترتیب برابر a و b باشند، ثابت کنید تفاضل a و b بر ۳ بخش‌پذیر است.



(المپیاد ریاضی روسیه – ۱۹۹۴)
پاسخ‌های خود را به ایمیل مجله ارسال کنید!
halghe.aut@gmail.com
پاسخ این سوال در شماره بعدی مجله منتشر خواهد شد.



در جامعه‌ای که به طور معقول سازماندهی شده، اگر بهره‌وری را بهبود ببخشید، فضای کافی برای منفعت همگان وجود دارد.

- جفری هینتون، استاد دانشگاه تورنتو

دانشکده
ریاضی و علوم کامپیوتر

انجمن علمی دانشجویی دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر دانشگاه صنعتی امیرکبیر

اداره انجمن های علمی دانشجویی
دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)